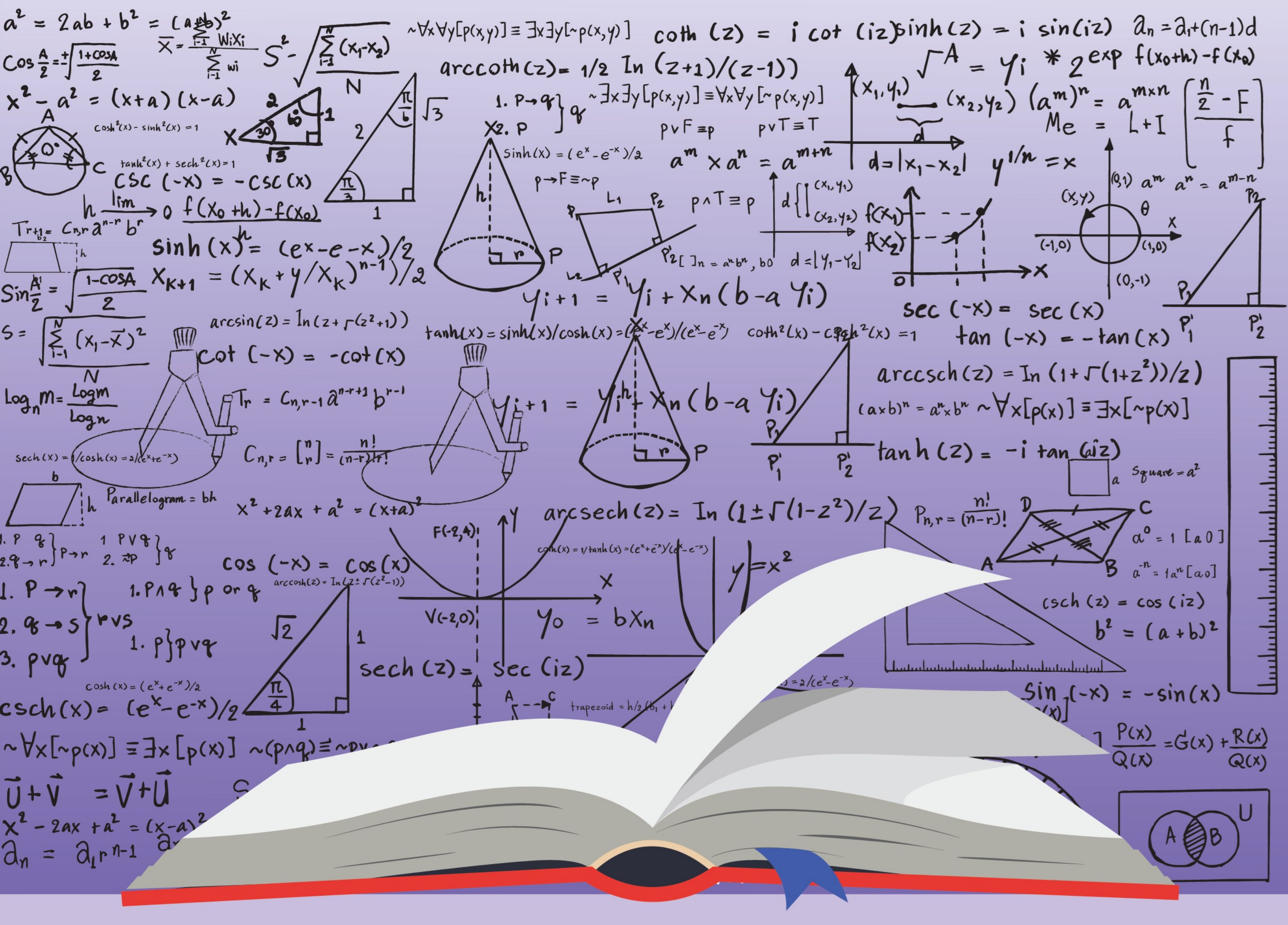
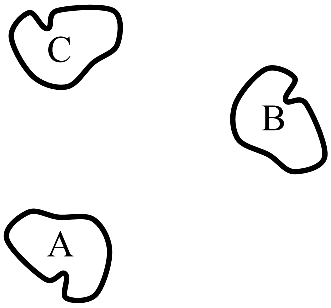
இணைந்த கணிதம்

சார்பு வேகக் கோட்பாடு.



சார்பு வேகக் கோட்பாடு



A , B , C என்பன யாதாயினும் மூன்று மாட்டேற்றுச் சட்டங்கள் என்போம்.

சார்பு இடப்பெயர்ச்சிக் கோட்பாட்டின்படி

$$\underline{r}_{C,A} = \underline{r}_{B,A} + \underline{r}_{C,B}$$

$$\underline{r}_{C,A} = \underline{r}_{C,B} + \underline{r}_{B,A}$$

இடப்பெயர்ச்சி மாற்ற வீதம் வேகம் ஆகும்.

$$\frac{d\underline{r}_{C,A}}{dt} = \frac{d\underline{r}_{C,B}}{dt} = \frac{d\underline{r}_{B,A}}{dt}$$

$$\underline{V}_{C,A} = \underline{V}_{C,B} + \underline{V}_{B,A}$$

இத் தொடர்பு மூன்று மாட்டேற்றுச் சட்டங்களுக்கான சார்பு வேகக் கோட்பாடு ஆகும்.

குறிப்பு:

விசை, வேகம் காவிக்கணியங்கள். இரு விசைகளின் விளையுளைக் காண்பதற்கு

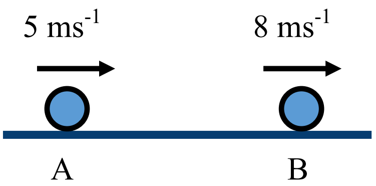
- ♣ விசைப்பிரிப்பு
- ♣ விசை இணைகரவிதி
- ♣ விசை முக்கோணம் வரைவதன் மூலம் கணிக்கின்றோம்.

இதேபோல் வேகம் காவிக்கணியம் ஆதலால் இரு வேகங்களின் சேர்க்கையை கணிப்பதற்கு

- ♣ வேகங்களின் கூறுகளாகப் பிரித்தல்
- ♣ இணைகர விதி
- ♣ வேக முக்கோணி வரைதல் மூலம் கணிக்கலாம்.

சார்பு வேகக் கோட்பாடு உதாரணங்கள்

உதாரணம் - 01



$$\underline{V}_{A,E} = \underrightarrow{5\ ms^{-1}}$$

$$\underline{V}_{B,E} = \underrightarrow{8\ ms^{-1}}$$

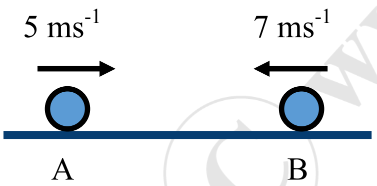
$$\underline{V}_{B,A} = \underline{V}_{B,E} + \underline{V}_{E,A}$$

$$= \underrightarrow{8\ ms^{-1}} + (\underrightarrow{-5\ ms^{-1}})$$

$$= \underrightarrow{3\ ms^{-1}}$$

A இற்கு B ஆனவர் 3 ms^{-1} வேகத்துடன் செல்வது போல் தோன்றும்.

உதாரணம் - 02



$$\underline{V}_{A,E} = \overrightarrow{5\ ms^{-1}}$$

$$\underline{V}_{B,E} = \overleftarrow{7\ ms^{-1}}$$

$$\underline{V}_{A,B} = \underline{V}_{A,E} + \underline{V}_{E,B}$$

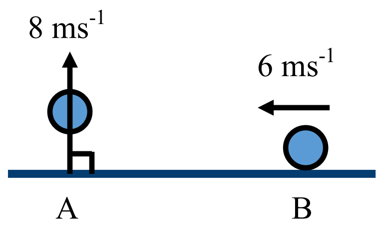
$$= \overrightarrow{5\ ms^{-1}} + \overrightarrow{7\ ms^{-1}}$$

$$= \overrightarrow{12\ ms^{-1}}$$

B இற்கு A ஆனது 12 ms^{-1} வேகத்துடன் தன்னை நோக்கி வருவது போல் தெரியும்.

உதாரணம் - 03

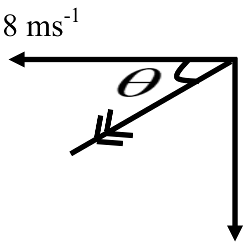
ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான பாதைகளில் கார் A மேற்கு நோக்கி 6 ms^{-1} வேகத்துடனும் கார் B வடக்கு நோக்கி 8 ms^{-1} வேகத்துடனும் செல்லுமாயின் $V_{A,B}$ சார்பாக காண்க.



$$\underline{V}_{A,B} = \underline{V}_{A,E} + \underline{V}_{E,B}$$

$$= \overleftarrow{6\ ms^{-1}} + \downarrow 8\ ms^{-1}$$

முறை I



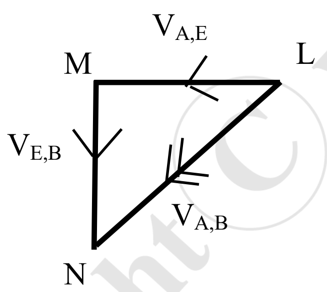
$$W = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$= 10\ ms^{-1}$$

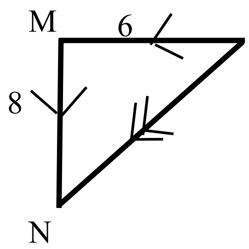
$$\theta = \tan^{-1}\left(\tfrac{8}{6}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$$

முறை II: வேகமுக்கோணி



$\equiv$



$V_{A,E}$, $V_{E,B}$ ஐ முறையே பருமனிலும் திசையிலும் LM, MN ஆல் குறிப்பின் LN ஆனது பருமனிலும் திசையிலும் $V_{A,B}$ ஐ குறிக்கும்.

$$V_{A,B} = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$= 10\ ms^{-1}$$

$$\tan\theta = \tfrac{8}{6}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\tfrac{4}{3}\right)$$

உதாரணம் - 04

நேரான பாதை வழியே வடக்கு நோக்கி பஸ் A ஆனது $8ms^{-1}$ கதியுடன் செல்லும் அதேவேளை வடக்கிலிருந்து 60^0 கிழக்குத் திசை நோக்கி கார் B ஆனது $12ms^{-1}$ கதியுடன் பயணிக்கிறது. B சார்பாக A இன் வேகத்தைக் காண்க.

$V_{A,E} = \uparrow \ 8\ ms^{-1}$

$V_{B,E} = 12\ ms^{-1}$ (60^0)

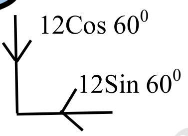
சார்பு வேகக் கோட்பாட்டை எழுதுவோம்.

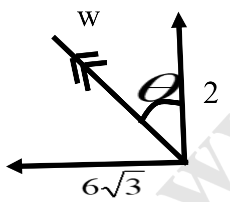
$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$

$= \uparrow \ 8\ ms^{-1} + $ (60^0) $12\ ms^{-1}$

முறை I : பிரிப்பு முறை

$V_{A,B} = \uparrow \ 8ms^{-1} +$





W அனது $V_{A,B}$ இன் பருமனையும் θ ஆனது திசையையும் குறிக்கும்.

$$W = \sqrt{2^2 + 108}$$

$$= \sqrt{112}ms^{-1}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6\sqrt{3}}{2}\right)$$

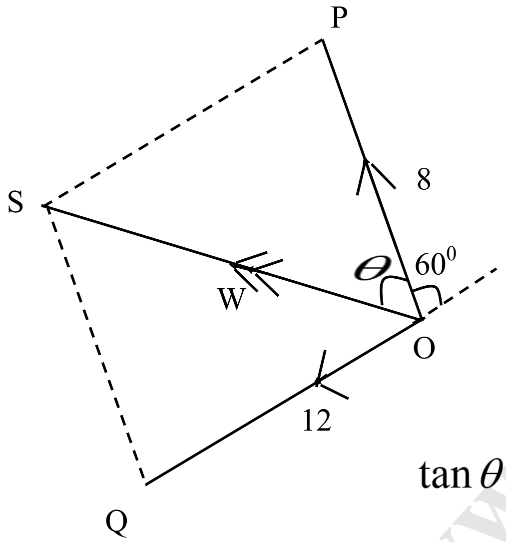
$$= \tan^{-1}\left(3\sqrt{3}\right)$$

முறை II

$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$

$= \uparrow 8\ ms^{-1} +$  $12\ ms^{-1}$

$8\ ms^{-1}$, $12\ ms^{-1}$ என்பவற்றை பருமனிலும் திசையிலும் முறையே OP , OQ ஆல் வகை குறிப்பின் OP , OQ ஐ அயற்பக்கமாகக் கொண்ட இணைகரம் OPSQ இன் மூலை விட்டம் OS ஆல் பருமனிலும் திசையிலும் $V_{A,B}$ எனக் குறிப்பிடப்படும்.



$$W^2 = 8^2 + 12^2 + 2 \times 8 \times 12 Cos\ 120^0$$
$$= 64 + 144 - 96$$
$$= 112$$
$$W = \sqrt{112}$$

$$\tan\theta = \frac{12 Sin 120^0}{8 - 12 Cos 120^0}$$

$$= \frac{12 \times \sqrt{3}/2}{8-6}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

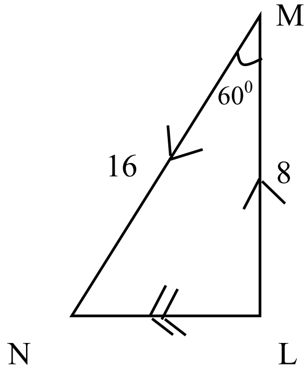
$$\theta = \tan^{-1}\left(3\sqrt{3}\right)$$

முறை III: வேகமுக்கோணி வரைதல்

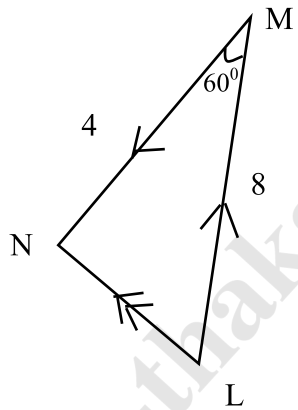
$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$

$=$ ↑ $8\ ms^{-1}$ + 60^0 $12\ ms^{-1}$

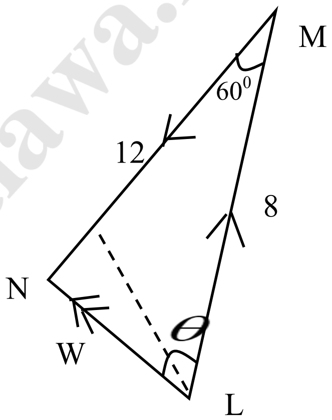
$8\ ms^{-1}$, $12\ ms^{-1}$ என்பவற்றை முறையே LM , MN என்பவற்றால் பருமனிலும் திசையிலும் குறிப்பின் LN ஆனது பருமனிலும் திசையிலும் V_{AB} ஐத் தரும்.



பொருந்தாது



பொருந்தாது



$W^2 = 12^2 + 8^2 - 2 \times 12 \times 8 Cos60^0$

$= 144 + 64 - 96$

$= 112$

$$W = \sqrt{112}$$

Sin விதிப்படி

$$\frac{Sin\theta}{12} = \frac{Sin60^0}{W}$$

$$Sin\theta = \frac{12 \times \sqrt{3}/2}{\sqrt{112}}$$

$$Sin\theta = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{112}}$$

குறிப்பு:

வேக முக்கோணியை வரைவதன் மூலம் சார்பு வேகத்தைக் காணுமாறு கேட்கப்படின் அம் முறையையே பயன்படுத்தல் வேண்டும்.

தொகுப்பு :- திரு.இ.கிருஷ்ணதாஸ், ஆசிரியர், இணைந்த கணிதம் (யா/ அருணோதயக் கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு :- திரு.வே.றமணன் ஆசிரியர் - தகவல் தொடர்பாடல் தொழில்நுட்பம் (கிளி/இராமநாதபுரம் மேற்கு அ.த.க.பா)