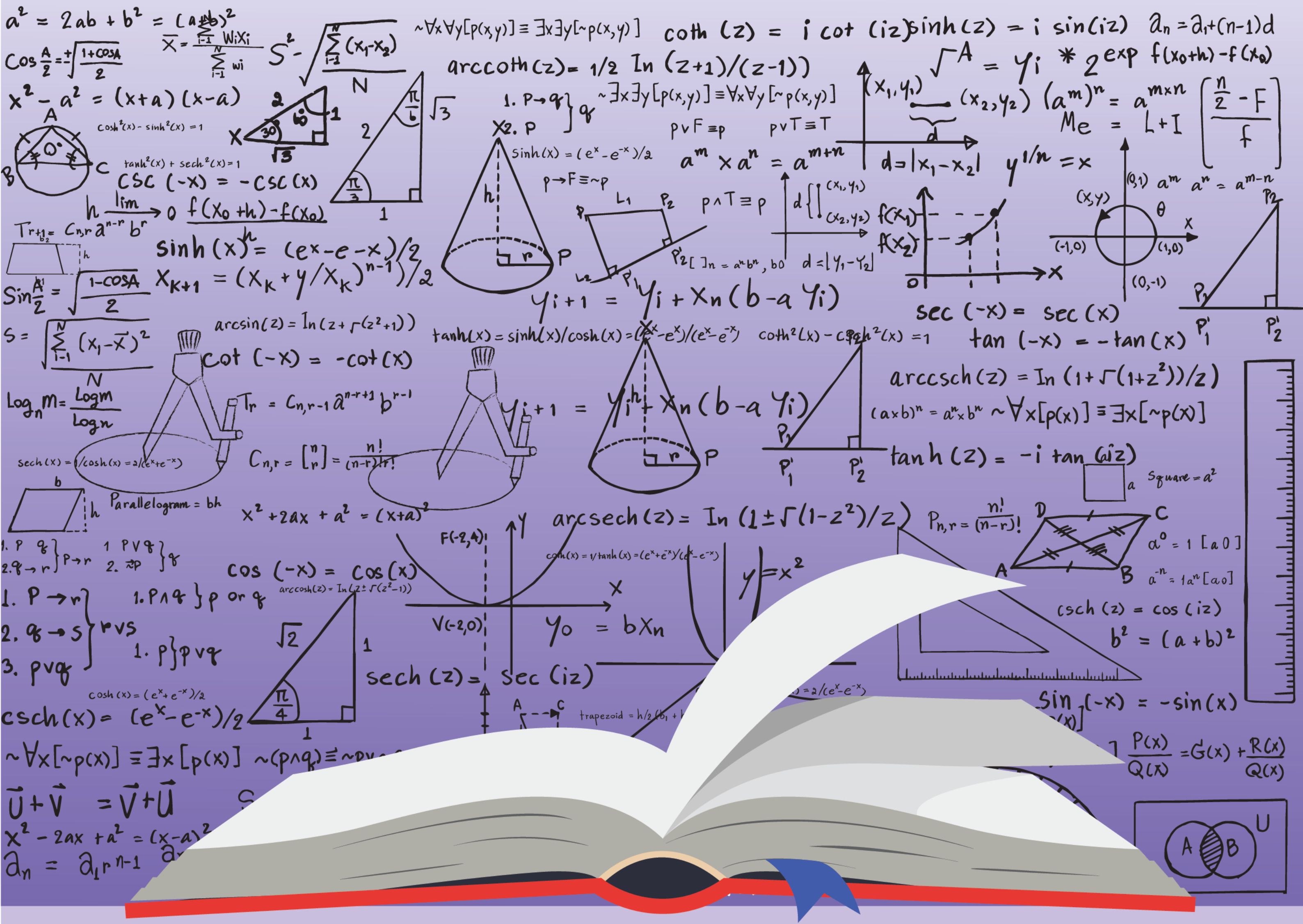
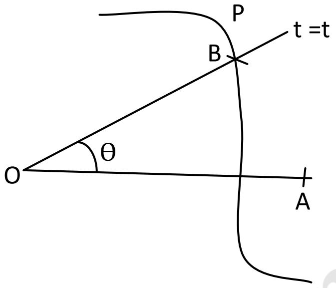
வட்ட இயக்கம்
Circular Motion



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa
The National e-learning Portal for The General Education

வட்ட இயக்கம்

கோண வேகம்



தளம் ஒன்றில் இயங்கும் துணிக்கை P ஐ கருதுக.

OA என்பது நிலையான கோடு

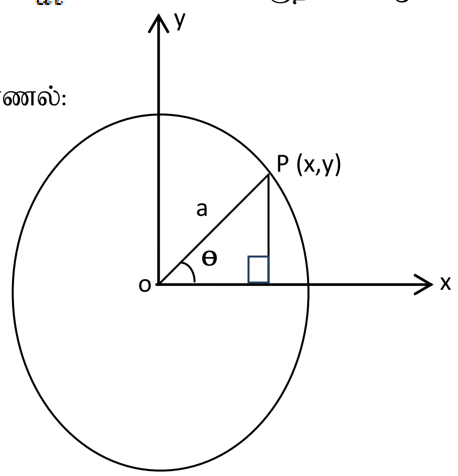
t=t இல் துணிக்கையின் நிலை B என்க

$A\hat{O}B$ இன் மாற்றவீதம், O குறித்து நேரம் t இல் துணிக்கை P இன் கோணவேகம் எனப்படும். இது $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$ அல்லது $\dot{\theta}$ அல்லது ω இனால் வழமையாக குறிக்கப்படும். அலகு $rads^{-1}$ ஆகும்

கோண ஆர்முடுகல்:-

கோண வேக மாற்றவீதம் கோண ஆர்முடுகல் எனப்படும். $\frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta}$ எனக்குறிக்கப்படும்

வட்டப்பாதையில் இயக்கத்திலுள்ள துணிக்கை ஒன்றில் வேகம் காணல்:



$x = a\cos\theta$

$\dot{x} = -a\sin\theta\,\dot{\theta}$

$y = a\sin\theta$

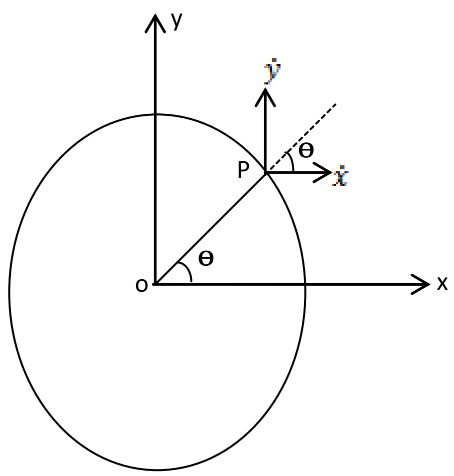
$\dot{y} = a\cos\theta\,\dot{\theta}$

P இன் OP திசையிலான வேகம் u என்க

$u = \dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta$

$= -a\sin\theta\cos\theta\,\dot{\theta} + a\cos\theta\,\dot{\theta}\sin\theta$

$= 0$



P இன் தொடலியிலே உள்ள வேகம் V

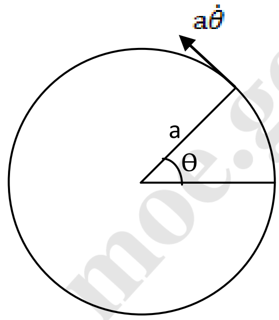
$v = \dot{y}\cos\theta - \dot{x}\sin\theta$

$= a\cos^2\theta\,\dot{\theta} + a\sin^2\theta\,\dot{\theta}$

$= a\dot{\theta}$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

எனவே துணிக்கை P இற்கு θ அதிகரிக்கும் திசையில் தொடலி வழியே மட்டும் வேகம் இருக்கும்.அதன் பருமன் $a\dot{\theta}$ ஆகும்



துணிக்கை P இன் ஆர்முடுகல்

$\dot{x} = -\,a\sin\theta\,\dot{\theta}$

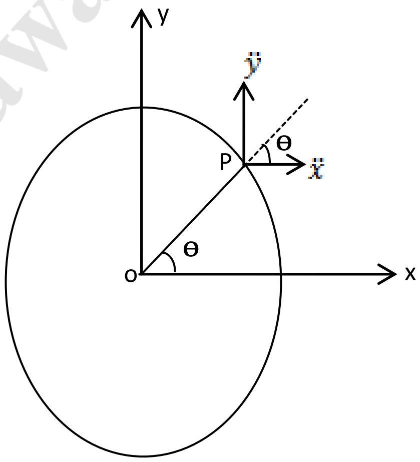
$\ddot{x} = -a\sin\theta\,\ddot{\theta} - a\dot{\theta}\cos\theta\,\ddot{\theta}$

$\quad = -a[\sin\theta\,\ddot{\theta} + \dot{\theta}^2\sin\theta]$

$\dot{y} = a\cos\theta\,\dot{\theta}$

$\ddot{y} = a\dot{\theta}(-\sin\theta)\dot{\theta} + a\cos\theta\,\ddot{\theta}$

$\quad = a[\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta]$



OP திசையில் ஆர்முடுகல் f என்க

$f = \ddot{x}\cos\theta + \ddot{y}\sin\theta$

$\quad = -\cos\theta\, a[\sin\theta\,\ddot{\theta} + \dot{\theta}^2\sin\theta] + a\sin\theta\,[\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta]$

$\quad = -a\ddot{\theta}\sin\theta\cos\theta - a\cos^2\theta\,\dot{\theta}^2 + a\sin\theta\cos\theta\,\ddot{\theta} - a\dot{\theta}^2\sin^2\theta$

$\quad = -a\dot{\theta}^2$

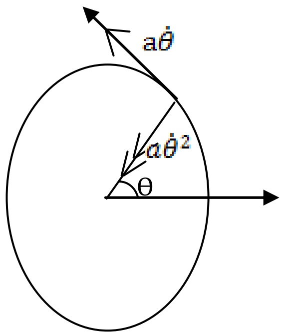
ஆகவே துணிக்கை Pயிற்கு மையத்தை நோக்கிய ஆர்முடுகல் $a\dot{\theta}^2$ ஆகும்

$v = a\dot{\theta}$

$f = a\dot{\theta}^2$

$\quad = \frac{av^2}{a^2}$

$\quad = \frac{v^2}{a}$



தொடலி திசையில் ஆர்முடுகல் F என்க

$F = \ddot{y}\cos\theta - \ddot{x}\sin\theta$

$\quad = a\cos\theta\,[\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta] + a\sin\theta\,[\sin\theta\,\ddot{\theta} + \dot{\theta}^2\sin\theta]$

$\quad = a\cos^2\theta\,\ddot{\theta} - a\dot{\theta}^2\sin\theta\cos\theta + a\sin^2\theta\,\ddot{\theta} + a\dot{\theta}^2\sin\theta\cos\theta$

$\quad = a\ddot{\theta}$

தொடலி வழியே ஆர்முடுகல் $a\ddot{\theta}$ ஆகும்.

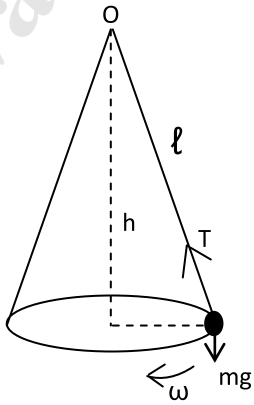
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

கோணவேகம் $\dot{\theta}$ (=ω) மாறிலி எனின் $\ddot{\theta}$ = 0 ஆகும். எனவே ஆர்முடுகல் மையத்தை நோக்கி மட்டும் இருக்கும்.

<u>கிடை வட்டத்தின் இயக்கம்</u>

நீள இழை ஒன்றின் முனைக்கு m திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு மறு முனை நிலைத்த புள்ளி o விற்கு இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை நிலையான புள்ளிக்கு கீழே சீரான கோணவேகத்துடன் கிடைவட்டத்தில் இயங்கும் போது இழை கூம்பு ஒன்றின் மேற்பரப்பை ஆக்கும். இத்தொகுதி கூம்பூசல் எனப்படும்.

துணிக்கைக்கு,



$\uparrow T\cos\theta - mg = m.0$

$\leftarrow T\sin\theta = ml\sin\theta\,\omega^2$

$T = ml\omega^2$

$\therefore ml\omega^2\cos\theta = mg$

$\cos\theta = \frac{g}{l\omega^2}$

$h = l\cos\theta$

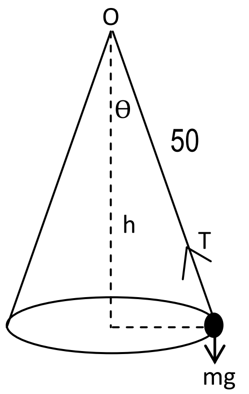
$= \frac{g}{\omega^2}$

நிலைத்த புள்ளிக்கு கீழே துணிக்கையின் ஆழம் இழையின் நீளத்தில் தங்கவில்லை.

உதாரணம் : 50 cm நீளமுடைய நீள இழை ஒன்றின் முனைக்கு 5Kg திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு மாறாக் கோண வேகம் 4rads^{-1} உடன் கூம்பூசலாக இயங்குகிறது.

i. இழையின் இழுவை யாது?

ii. நிலைக்குத்துடன் இழையாக்கும் கோணம் யாது?



$\uparrow T\cos\theta = mg = 5g$

$\leftarrow T\sin\theta = m.50.\sin\theta.4$

$T = 200 \times 5 = 1000$

$\therefore 1000\cos\theta = 5g$

$\cos\theta = \frac{g}{200}$

$\theta = \cos^{-1}(\frac{g}{200})$

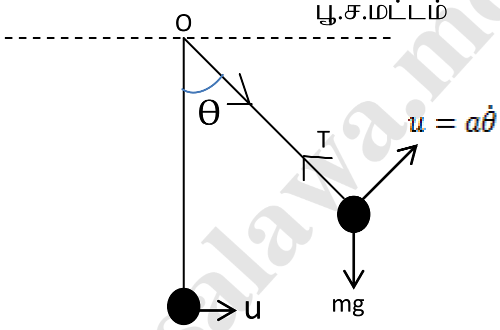
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

நிலைக்குத்து வட்ட இயக்கம்

நிலைத்த புள்ளி O வில் இருந்து தொங்கும் நீளா இழையால் m திணிவுள்ள துணிக்கை கட்டி தொங்கவிடப்படுகின்றது. இழை நிலைக்குத்ததாக தொங்கும் போது துணிக்கைக்கு கிடைவேகம் U வழங்கப்படின் அது ஒரு நிலைக்குத்து வட்டத்தில் இயங்கத் தொடங்கும்.

இழையின் இழுவை T இயக்கத் திசைக்கு செங்குத்தானது. எனவே T வேலை செய்யாது.

சக்திக் காப்பு விதியை பிரயோகிக்கலாம்.



$$\frac{1}{2}mv^2 - mga\cos\theta = \frac{1}{2}mu^2 - mga$$

$$v^2 = u^2 - 2ag + 2ag\cos\theta$$

↖ மையத்தை நோக்கி F=ma

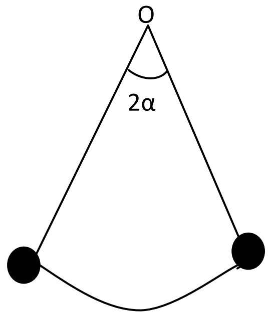
$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a}$$

$$T = mg\cos\theta + \frac{m}{a}\left(u^2 - 2ag + 2ag\cos\theta\right)$$

$$T = \frac{m}{a}[u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta]$$

V=0 ஆக $\theta = \alpha$ என்க

$$\cos\alpha = \frac{2ag - u^2}{2ag}$$



T=0 ஆக $\theta = \beta$ என்க

$$\cos\beta = \frac{2ag - u^2}{3ag}$$

$u^2 < 2ag$ ஆக $\cos\alpha > \cos\beta$

$$\alpha < \beta$$

இழை தொய்ய முன் வேகம் பூச்சியமாகும் எனவே துணிக்கை 2 α கோணத்துடன் ஊசலாடும்.

$u^2 = 2ag$ ஆக

$$\cos\alpha = \cos\beta = 0$$

$$\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

இழை கிடையாக வந்து துணிக்கை π கோணத்தூடாக ஊசலாடும்.

$5ag > u^2 > 2ag$ ஆக

Cos α < 0 & cos β < 0

$\alpha, \beta > \frac{\pi}{2}$

$\cos\alpha < \cos\beta$

$\alpha > \beta$ முதலில் இழுவை பூச்சியமாகும் அப்போது v>0

∴ துணிக்கை, இழை மீண்டும் இறுகும் வரை சுயாதீனமாக இயங்கும்

துணிக்கை பூரண வட்டத்தில் இயங்க θ=π ல் V>0 or T≥0 ஆக வேண்டும்.

$(v^2)_{\theta=\pi} = u^2 - 2ag + 2ag\cos\pi > 0$

$v^2 > 4ag$ ______ ①

$(T)_{\theta=\pi} = u^2 - 2ag + 3ag\cos\pi \geq 0$

$u^2 \geq 5ag$ ______ ②

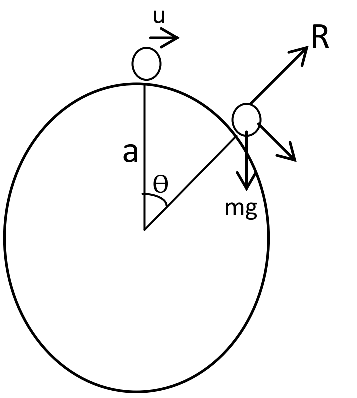
ஆகவே ①&② இலிருந்து பூரண வட்டத்தில் இயங்க $u^2 \geq 5ag$ ஆக வேண்டும்.

குறிப்பு : ஒரு கோளத்தின் ஒப்பமான உள்மேற்பரப்பில் அதிதாழ் புள்ளியிலிருந்து வீசப்பட்ட துணிக்கையின் இயக்கமும் மேலுள்ளவாறே கருதலாம்.

அழுத்தமானது கோள வெளிமேற்பரப்பின் துணிக்கையின் இயக்கம் சக்திக்காப்பு விதிப்படி

$\frac{1}{2}mu^2 + mga = \frac{1}{2}mv^2 + mg\cos\theta$

$v^2 = u^2 + 2ag - 2ag\cos\theta$



$F = ma$

$mg\cos\theta - R = \frac{mv^2}{a}$

$R = mg\cos\theta - \frac{m}{a}[u^2 + 2ag - 2ag\cos\theta]$

$= \frac{m}{a}[3ag\cos\theta - 2ag - u^2]$

$R = 0$ $\frac{2ag+u^2}{3ag} = \cos\theta$

$u^2 = ag$ Cos θ = 1 $\theta = 0$

உடனடியாக துணிக்கை மேற்பரப்பை விட்டு நீங்கும்.

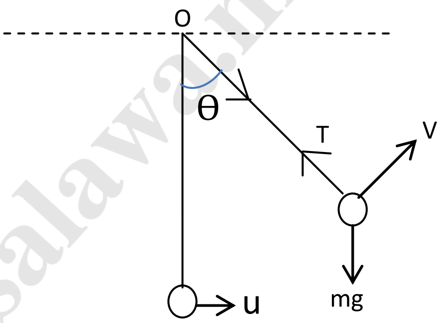
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 1

m திணிவுள்ள துணிக்கை a நீள இழையால் இணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் தொங்கும் போது துணிக்கைக்கு $\sqrt{\frac{3ag}{2}}$ கிடையாக வேகம் கொடுக்கப்படுகிறது.

இழை கீழ் முக நிலைக்குத்துடன் 60^{o} கோணத்தை அமைக்கும் போது துணிக்கையின் வேகத்தையும் இழையிலுள்ள இழுவையையும் காண்க.

சக்திக் காப்பு விதிப்படி



$\frac{1}{2}mv^2 - mga\cos\theta = \frac{1}{2}mu^2 - mga$

$v^2 = u^2 - 2ag + 2ag\cos\theta$

$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a}$

$\mathrm{T} = \mathrm{mg}\cos\theta + \frac{m}{a}(u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta)$

$= \frac{m}{a}[u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta]$

$\theta = \frac{\pi}{3}$ $\quad v^2 = \frac{3ag}{2} - 2ag + 2ag.\frac{1}{2}$

$= \frac{3ag}{2} - ag$

$= \frac{ag}{2}$

$T = \frac{m}{a}[\frac{3ag}{2} - 2ag + 3ag.\frac{1}{2}]$

$T = mg$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 2

O ஐ மையமாகவும் ஆரை a ஆகவும் உடைய நிலைத்த ஒப்பமான திண்ம கோளம் ஒன்றின் மேற்பரப்பில் துணிக்கை மேன்முக நிலைக்குத்துடன் OA ஆனது α கோணத்தை ஆக்குமாறுள்ள புள்ளி A ல் வைக்கப்பட்டுவிடப்படுகின்றது. OP மேன்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் துணிக்கை மேற்பரப்பைவிட்டு நீங்கவில்லை எனின் அதன் வேகம் $\sqrt{2ag(\cos\alpha - \cos\theta)}$ எனக் காட்டுக.

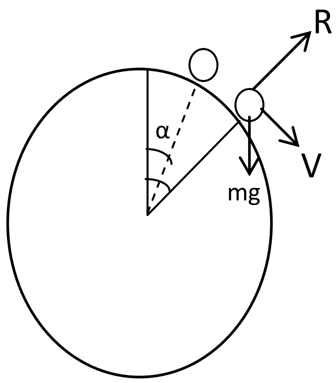
துணிக்கை வெளியேறும் போது OP மேன்முக நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணம் $\cos^{-1}(\frac{2\cos\alpha}{3})$ எனக்காட்டுக.

சக்திக்காப்பு விதிப்படி

$$\frac{1}{2}mv^2 + mga\cos\theta = mgacos\alpha$$

$$v^2 = 2ag(\cos\alpha - \cos\theta)$$

$$v = \sqrt{2ag(\cos\alpha - \cos\theta)}$$



↙ F=ma மையத்தை நோக்கி

$$mg\cos\theta - R = \frac{mv^2}{a}$$

$$R = mg\cos\theta - \frac{m}{a}[2ag(\cos\alpha - \cos\theta)]$$

$$= \frac{m}{a}[3ag\cos\theta - 2agcos\alpha]$$

$$= mg[3\cos\theta - 2\cos\alpha]$$

துணிக்கை விலக

$$R = 0$$

$$3\cos\theta - 2\cos\alpha = 0$$

$$\cos\theta = \frac{2}{3}\cos\alpha$$

$$\theta = \cos^{-1}(\frac{2}{3}\cos\alpha)$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 3

a நீள இழையால் O என்ற புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டு சமநிலையில் u வேகத்துடன் கிடையாக வீசப்படுகின்றது. இழை கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணம் அமைக்கும் போது துணிக்கையின் வேகத்தையும் இழையிலுள்ள இழுவையையும் காண்க.

$u^2 = 7\frac{ag}{2}$ எனின் இழை தொய்யும் போது வேகத்தைக் காண்க.

பின் நிகழும் இயக்கத்தில் துணிக்கை அதிதாழ் புள்ளியினூடாக செல்லும் எனக் காட்டுக.

சக்திக்காப்பு விதிப்படி

$$\frac{1}{2}mv^2 - mga\cos\theta = \frac{1}{2}mu^2 - mga$$

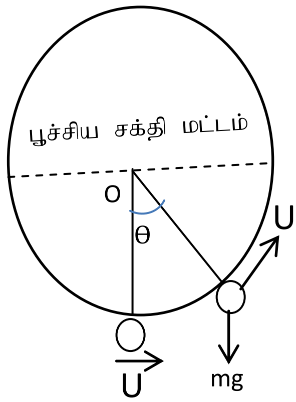
$$v^2 = u^2 - 2ag + 2ag\cos\theta$$

↖ F=ma

$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a}$$

$$T = mg\cos\theta + \frac{m}{a}[u^2 - 2ag + 2ag\cos\theta]$$

$$= \frac{m}{a}[u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta]$$



$$u^2 = \frac{7ag}{2}$$

T = 0 $\quad \frac{m}{a}\left[\frac{7ag}{2} - 2ag + 3ag\cos\theta\right] = 0$

$$\frac{3ag}{2} + 3ag\cos\theta = 0$$

$$\cos\theta = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = 120^o$$

$$v^2 = u^2 - 2ag + 2ag\cos\theta$$

$$v_1^2 = \frac{7ag}{2} - 2ag + 2ag(-\frac{1}{2})$$

$$v_1^2 = \frac{7ag}{2} - 3ag$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{ag}{2}}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

P→ A $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ ←

$a\sin 60^o = v_1 \cos 60^o\, t + 0$

$a\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{ag}{2}}.\frac{1}{2}.t$

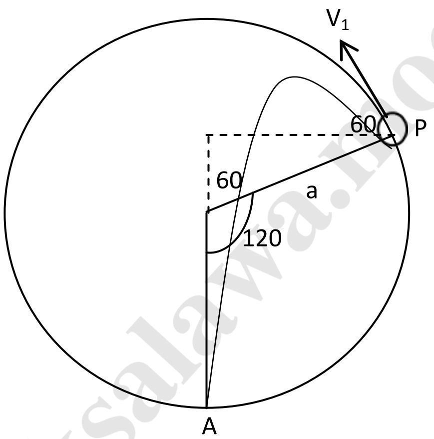
$t = \sqrt{\frac{6a}{g}}$

$\uparrow h = v_1 \sin 60^0\, t - \frac{1}{2}gt^2$

$= \sqrt{\frac{ag}{2}}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{\frac{6a}{g}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{2a}{g}\right)^3$

$= \frac{3a}{2} - 3a$

$= -\frac{3a}{2}$



துணிக்கை A ஊடாகச் செல்லும்

உதாரணம் 4

m திணிவுள்ள துணிக்கை M திணிவுள்ள மூடிய பெட்டியின் மூடியிலிருந்து தொங்கும் இழையால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது பெட்டி கரடான மேசையிலுள்ளது. துணிக்கை இழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு மூடியருகில் பிடிக்கப்பட்டு விடப்படுகிறது. பெட்டி ஒரு சரிவு அடையாது எனக்கருதி பெட்டி வழுக்காதிருப்பதற்கு $\mu > \frac{3m}{2\sqrt{M(M+3m)}}$ எனக் காட்டுக. இங்கு μ உராய்வுக் குணகம்

துணிக்கைக்கு சக்திக்காப்பு விதிப்படி

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

$\frac{1}{2}mv^2 - mg\sin\theta = 0$

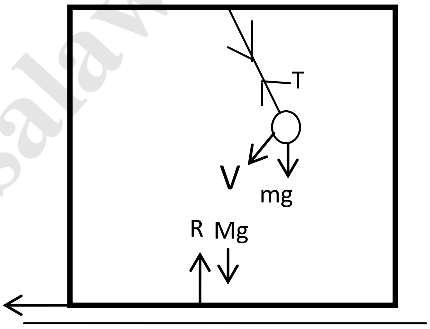
$v^2 = 2ag\sin\theta$

$T - mg\sin\theta = \frac{m}{a}v^2$

$T = mg\sin\theta + 2mg\sin\theta$

$T = 3mg\sin\theta$

பெட்டிக்கு



$\leftarrow \quad F - T\cos\theta = 0$

$F = 3mg\sin\theta\cos\theta$

$\uparrow R - Mg - T\sin\theta = 0$

$R = Mg + 3mgsin^2\theta$

$\frac{F}{R} = \frac{3mg\sin\theta\cos\theta}{g[M+3m\sin^2\theta]}$

$= \frac{3m\sin 2\theta}{2[M+\frac{3m}{2}(1-\cos 2\theta)]}$

$= \frac{3m\sin 2\theta}{2M+3m-3m\cos 2\theta} = y$

$3m\sin 2\theta = y[2M + 3m - 3m\cos 2\theta]$

3my Cos2ϴ + 3m Sin 2ϴ = (2M + 3m)y

$(3my)^2 + (3m)^2 \geq (2M+3m)^2y^2$

$(3m)^2 \geq (2M+3m)^2y^2 - (3my)^2$

$\geq (2M+3m+3m)(2M+3m-3m)y^2$

$\geq (2M+6m)2My^2$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

$\frac{(3m)^2}{2M(2M+6m)} \geq y^2$

$\frac{3m}{\sqrt{4M(M+3m)}} \geq y$

$y \leq \frac{3m}{2\sqrt{M(M+3m)}}$

$\frac{F}{R} \leq \frac{3m}{2\sqrt{M(M+3m)}}$

$(\frac{F}{R})_{max} = \frac{3m}{2\sqrt{M(M+3m)}}$

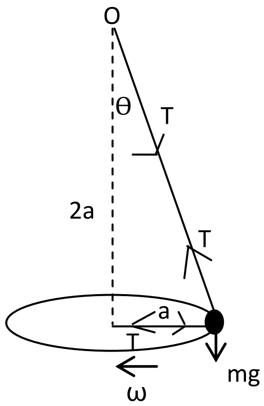
சமநிலைக்கு $(F/R)_{max} < \mu$

$\frac{3m}{2\sqrt{M(M+3m)}} < \mu$

உதாரணம் 5

புள்ளி B,புள்ளி A ற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே 2a ஆழத்தில் உள்ளது. m திணிவுள்ள வளையம் கோர்க்கப்பட்டு ஓர் இழையின் முனைகள் A,B இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. வளையம் Bயை மையமாகக் கொண்ட கிடை வட்டம் ஒன்றில் துணிக்கை இயங்கினால் கோணவேகம் $\left[\frac{g}{2a}(\sqrt{5}+1)\right]^{\frac{1}{2}}$ எனக் காட்டுக. கிடைவட்ட ஆரை a ஆகும்.

$\tan\theta = \frac{1}{2}$



$\uparrow T\cos\theta - mg = 0$

$T\cos\theta = mg$

$\leftarrow T + T\sin\theta = ma\omega^2$

$\frac{mg}{\cos\theta}(1+\sin\theta) = ma\omega^2$

$g\frac{\sqrt{5}}{2}\left(1+\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = a\omega^2$

$\omega^2 = \frac{g}{2a}(\sqrt{5}+1)$

$\omega = \left[\frac{g}{2a}(\sqrt{5}+1)\right]^{\frac{1}{2}}$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

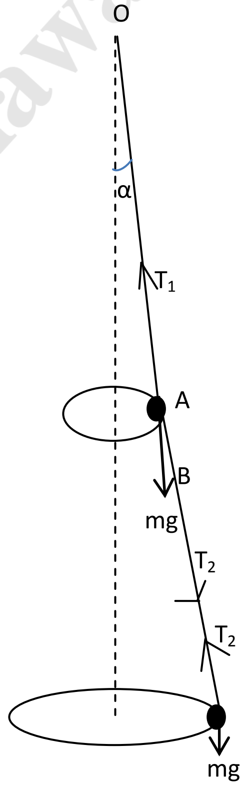
உதாரணம் 6

A,B என்ற இரு சமதுணிக்கைகள் a நீள இழையால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. a நீளமுள்ள வேறு ஒரு இழையால் நிலைத்த புள்ளி O உடன் A இணைக்கப்பட்டுள்ளது. OA AB எப்போதும் ஒரே நிலைகுத்து தளத்திலிருந்து துணிக்கைகள் கிடைவட்டங்களில் ω கோண வேகத்துடன் இயங்குகின்றன. OA, AB நிலைக்குத்துடன் α,β கோணங்களை ஆக்குகின்றன.

1.OA,AB இலுள்ள இழுவைகள் 2cosβ:2cosα எனக் காட்டுக.

2. $\omega^2 = \frac{g tan\beta}{a(sin\alpha+sin\beta)}$ எனக் காட்டுக.

3. $\sin\alpha\tan\beta = (\sin\alpha+\sin\beta)(2\tan\alpha-\tan\beta)$ எனக் காட்டுக



A க்கு

$\uparrow T_1\cos\alpha = mg + T_2\cos\beta$

$T_1\cos\alpha - T_2\cos\beta = mg$

$\leftarrow T_1\sin\alpha - T_2\sin\beta = ma\sin\alpha\,\omega^2$

B க்கு $\uparrow T_2\cos\beta = mg$

$\leftarrow T_2\sin\beta = ma(\sin\alpha+\sin\beta)\omega^2$

$\frac{T_1\cos\alpha}{T_2\cos\beta} - 1 = 1$

$\frac{T_1\cos\alpha}{T_2\cos\beta} = 2$

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\cos\beta}{\cos\alpha}$

$T_1 : T_2 = 2\cos\beta : \cos\alpha$

$\frac{\cos\beta}{\sin\beta} = \frac{g}{a(\sin\alpha+\sin\beta)\omega^2}$

$\omega^2 = \frac{g tan\beta}{a[\sin\alpha+\sin\beta]}$

$\frac{T_1\sin\alpha}{T_2\cos\beta} - \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{a\sin\alpha}{g}\omega^2$

$2tan\alpha.\tan\beta = \frac{\sin\alpha}{g}[\frac{g tan\beta}{\sin\alpha+\sin\beta}]$

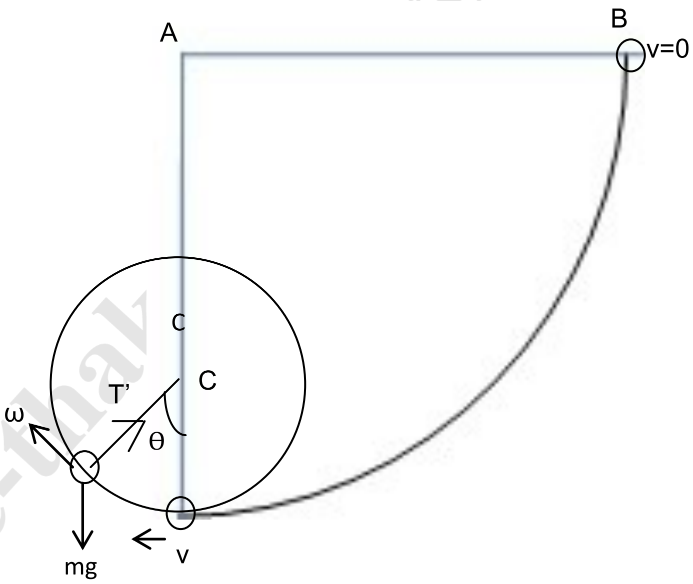
$(2\tan\alpha-\tan\beta)(\sin\alpha+\sin\beta) = \sin\alpha\tan\beta$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 7

5a நீளமுள்ள AB என்னும் இழை Aல் நிலைத்த புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டு Bல் பாரமான துணிக்கையை கொண்டுள்ளது. இழை இறுக்கமாக கிடையாக வைக்கப்பட்டு ட விடுவிக்கப்படுகின்றது. இழை நிலைக்குத்தாக வரும் போது A இற்கு கீழே நிலைக்குத்தாக 3a தூரத்தில் உள்ள ஒப்பமான முளை Cயுடன் இழை தொடுகையுறுகிறது. இழையிலுள்ள இழுவை உடனடியாக இருமடங்காகும் எனவும் தொடர்ந்து Cயை மையமாகவுள்ள முழுவட்டத்தில் மட்டுமட்டாக துணிக்கை இயங்கும் எனவும் காட்டுக.

சக்திக்காப்பு விதிப்படி



$\frac{1}{2}mv^2 - mg.5a = 0$

$v^2 = 10ag$

தொட சற்று முன்

$T - mg = \frac{mv^2}{5a}$

$T = mg + 2mg$

$T = 3mg$

தொட்ட பின் சக்திக் காப்பு விதியை பிரயோகிப்பின்

$\frac{1}{2}mv^2 - mg.2a = \frac{1}{2}m\omega^2 - mg.2a\cos\theta$

$\omega^2 = v^2 - 4ag + 4agcos\theta$

↗ F=ma

$T' - mgcos\theta = \frac{m\omega^2}{2a}$

$T' = \frac{m}{2a}(v^2 - 4ag + 6agcos\theta)$

$= \frac{m}{2a}(10ag - 4ag + 6agcos\theta)$

$= \frac{m}{2a}(6ag + 6agcos\theta)$

$\theta = 0 \qquad T' = 6mg$

இழையின் இழுவை முனையை தொட்டவுடன் இருமடங்கு ஆகும்.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 8

மையம் Oவும் ஆரை aயும் உடைய ஒடுங்கிய ஒப்பமான வட்டக்குழாய் நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. முறையே m,2m திணிவுள்ள P,Q என்ற துணிக்கைகள் πa நீளமுள்ள நீளா இழையால் இணைக்கப்பட்டு குழாயினுள்ளே POQ கிடைவிட்டமாக இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடப்படுகின்றது. t=t இல் OP, θகோணத்தூடாக திரும்புமாயின் $a\dot{\theta}^2 = g\sin\theta$ $(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2})$ எனக்காட்டி இக்கணத்தில் P ஆனது குழாயில் உஞற்றும் விசையைக் காண்க

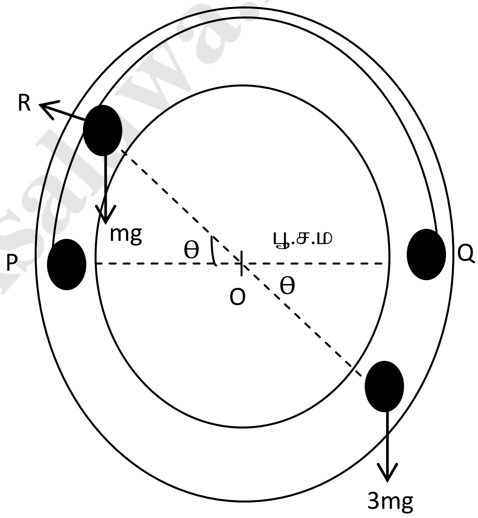
சக்திக் காப்பு விதிப்படி

$$\frac{1}{2}m(a\dot{\theta})^2 + mga\sin\theta + \frac{1}{2}3m(a\dot{\theta})^2 - 3mga\sin\theta = 0$$

$$a\dot{\theta}^2 + 2g\sin\theta + 3a\dot{\theta}^2 - 6g\sin\theta = 0$$

$$4a\dot{\theta}^2 - 4g\sin\theta = 0$$

$$a\dot{\theta}^2 = g\sin\theta$$



P யிற்கு

$$mg\sin\theta - R = ma\dot{\theta}^2$$

$$R = mg\sin\theta - mg\sin\theta$$

$$R = 0$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 9

படத்திற் காட்டியவாறு ஒப்பமான நிலைக்குத்து வளையம் நிலைப்படுத்தப்பட்டு அதனுள் செல்லும் இழையில் P,Q என்பன முறையே m,2m திணிவுள்ள துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. p ஊடான ஆரை θ கோணத்தூடாக திரும்பி இருப்பின் Pன் கதி v எனின் $v^2 = \frac{2ag}{3}(2\theta - \sin\theta)$ எனக்காட்டி P இன் மீதான மறுதாக்கத்தை காண்க.

சக்திக்காப்பு விதிப்படி

$$(0+0) + [0 - 2mg(x+a)] = \frac{1}{2}m(a\dot{\theta})^2 + mg\sin\theta + \frac{1}{2}.2m(a\dot{\theta})^2 - 2mg(a + x + a\theta)$$

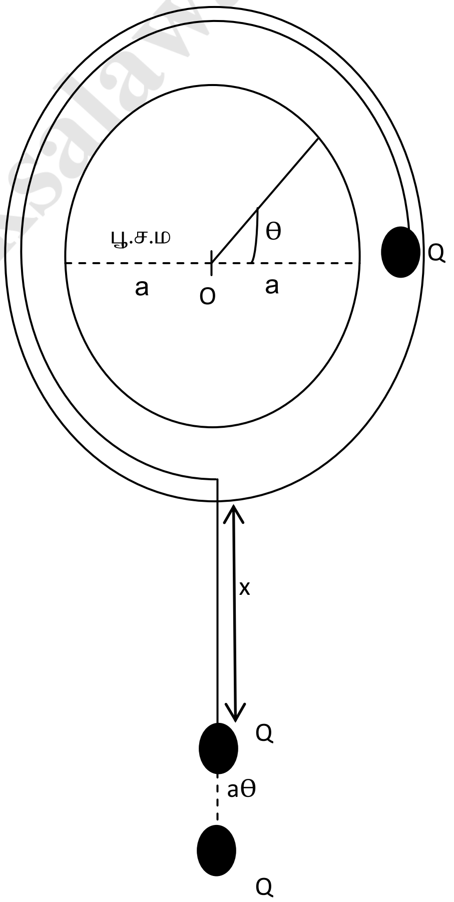
$$0 = a\dot{\theta}^2 + 2g\sin\theta + 2a\dot{\theta}^2 - 4g\theta$$

$$3a\dot{\theta}^2 = 4g\theta - 2g\sin\theta$$

$$a\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{3}(2\theta - \sin\theta)$$

$$(a\dot{\theta})^2 = \frac{2ag}{3}(2\theta - \sin\theta)$$

$$v^2 = \frac{2ag}{3}(2\theta - \sin\theta)$$



துணிக்கை Pயிற்கு

$$mg\sin\theta - R = ma\dot{\theta}^2$$

$$R = mg\sin\theta - ma\dot{\theta}^2$$

$$= mg\sin\theta - m.\frac{2g}{3}(2\theta - \sin\theta)$$

$$= \frac{mg}{3}(3\sin\theta - 4\theta + 2\sin\theta)$$

$$= \frac{mg}{3}(5\sin\theta - 4\theta)$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

பயிற்சிகள்

1. m திணிவுள்ள துணிக்கை நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து நீளா இழையால் கட்டித் தொங்கும் போது துணிக்கைக்கு கிடையாக $\sqrt{\frac{7ag}{2}}$ என்ற வேகம் வழங்கப்படுகின்றது.

இழை தொய்யும் போது இழை மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணம் யாது?

2. ஆரை a யும் மையம் Oவுமுடைய ஒப்பமான அரைக்கோளம் ஒன்று அதன் அடி கிடைத்தளம் ஒன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய பாரமான துணிக்கை P அதியுயர் புள்ளியிலிருந்து மெதுவாக பெயர்க்கப்பட கோள மேற்பரப்பில் வழுக்குகிறது. ஆரை OP ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணம் அமைக்கையில்

1) Pன் வேகம்

2) Pன் மீதான மறுதாக்கம் ஆகியவற்றை காண்க.

துணிக்கை மேற்பரப்பை விட்டு நீங்கும் போது துணிக்கையில் வேகத்தின் கிடை,நிலைக்குத்து கூறுகளைக் காண்க.

3. $2l$ நீளமுள்ள இழையின் நடுப்புள்ளியில் m திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு இழையின் ஒரு நுனி நிலைத்த புள்ளி O விற்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை O ஊடான நிலைக்குத்து கோலில் வழுக்க கூடிய m திணிவுள்ள வளையத்திற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை கோலின் நடுப்புள்ளி குறித்து கிடைவட்டத்தில் இயங்கினால் (கோணவேகம் ω) நிலைக்குத்துடன் இழையின் பகுதிகளின் சாய்வு $\cos^{-1}(\frac{3g}{1\omega^2})$ எனக் காட்டுக.

4. ஒரு நிலைக்குத்துக் கோட்டில் A,B இரு புள்ளிகள் இருசம நீள இழைகளால் இணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாக இருக்க சீரான கோணவேகம் ω உடன் கிடைவட்டத்தில் இயங்குகிறது.

$\omega > \sqrt{\frac{2g}{h}}$ எனக் காட்டுக. இங்கு AB=h

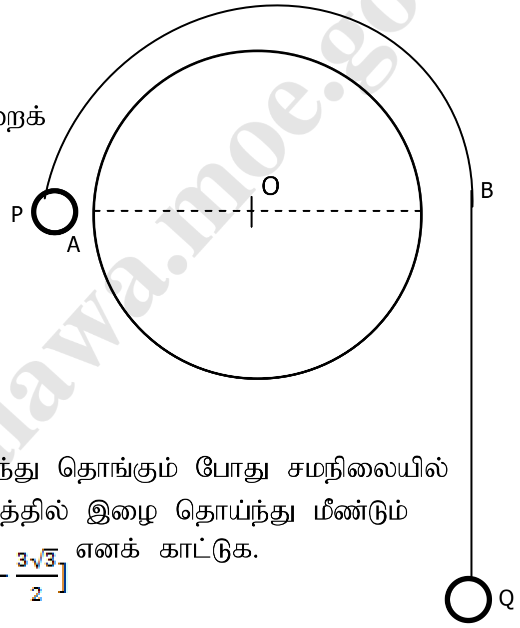
5. O வை மையமாகவும் a ஆரையாகவும் உடைய ஒப்பமான பொட்கோளத்தின் உட்பரப்பில் ஒரு துணிக்கை அதிதாழ் புள்ளியிலிருந்து U வேகத்துடன் கிடையாக O ஊடான நிலைக்குத்து தளத்தில் இயங்குகின்றது. OP ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணம் அமைக்கும் போது துணிக்கைப் பரப்பைவிட்டு நீங்கும் எனின் $\cos\theta = \frac{u^2 - 2ag}{3ag}$ எனக்காட்டுக.

நீங்கிய பின் துணிக்கை o ஊடான நிலைக்குத்துக் கோட்டை O விற்கு மேலே $\frac{115a}{128}$ தூரத்தில் கடக்கும் எனக் காட்டுக.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

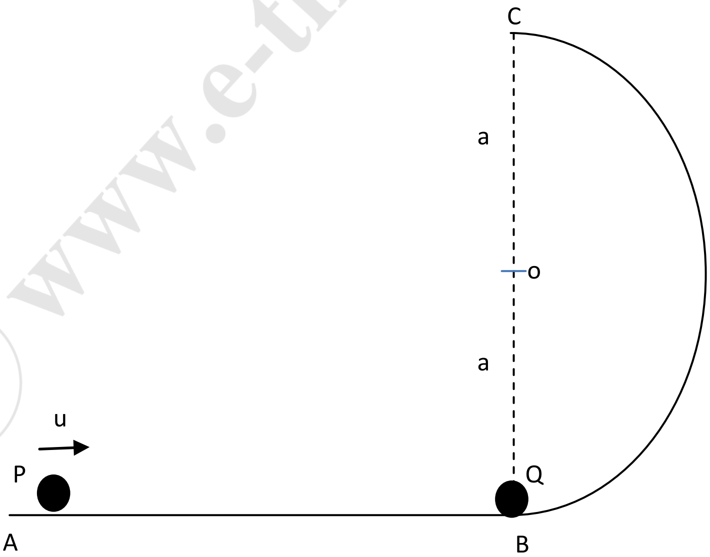
6. Oவை மையமாகவும் a ஆரையும் உடைய நிலைத்த கோளத்தின் ஒப்பமான வெளிமேற்பரப்பில் படத்தில் காட்டியவாறு 2m திணிவுள்ள P,Q என்ற துணிக்கைகள் நீளா இழையால் இணைக்கப்பட்டுள்ளத விட்டம் AOB ஊடாக நிலைக்குத்து தளத்தில் இழை உள்ளது. தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடப்படின் நேரம் t இல் AÔP= Ө எனக் கொண்டு P கோளத்துடன் தொடுகையிலிருப்பின் $3a\dot{\theta}^2 = 2g(2\theta - \sin\theta)$ எனக் காட்டுக.

இழையிலுள்ள இழுவை, P இல் கோளத்தின் மறுதாக்கம் என்பவற்றைக் காண்க.



7. ஒரு துணிக்கை a நீளமுள்ள இழையால் நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து தொங்கும் போது சமநிலையில் துணிக்கைக்கு கிடைவேகம் U வழங்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் இழை தொய்ந்து மீண்டும் இழை கிடையாக வரும் போது இழை இறுகும் எனின் $u^2 = ag[2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}]$ எனக் காட்டுக.

8.



PQ என்பன ஒரே அளவான முறையே 2m, m திணிவுள்ள துணிக்கைகள் நிலைக்குத்து தளத்திலுள்ள ஒப்பமான தண்டவாளம் ABC இல் AB கிடையாகவும் Bc அரைவட்ட வில்லாகவும் அமைந்துள்ளது. P ஆனது u வேகத்துடன் ஓய்விலுள்ள Q ஐ நோக்கி வீசப்படுகின்றது. மோதியவுடன் Q இன் தொடக்க வேகம் $\frac{5U}{4}$ ஆகும்.

i. மோதுகையின் பின் P இன் வேகம் யாது?

ii. Q, BC மீது தொடர்ந்து தொடுகையில் இயங்கினால் $u \geq \sqrt{\frac{16a}{5}}$ எனக்காட்டுக.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

9. O வை மையமாகவும் a ஆரையும் உடைய ஒப்பமான ஒடுங்கிய குழ- ாய் நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. m, 3m திணிவுள்ள P,Q என்ற துணிக்கைகள் $\frac{\pi a}{2}$ நீளமுள்ள இழையின் முனைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு P ஆனது O வின் மட்டத்திலும் Q வின் அதியுயர் புள்ளியிலும் இருக்குமாறு குழாயினுள்ளே வைக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடப்படுகின்றது நேரம் t இல் OP ஆனது θ கோணத்தூடாக திரும்புமாயின் $2a\dot{\theta}^2 = g[3 - 3\cos\theta + \sin\theta]$ எனக் காட்டுக.

P இற்கும் குழாயிற்குமிடையான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

$\theta = \frac{\pi}{4}$ ஆக இழை தொய்யும் எனக் காட்டுக.

10. a ஆரையுடைய கோளம் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அதன் ஒப்பமான வெளிமேற்பரப்பின் அதியுயர் புள்ளியிலிருந்து ஒரு துணிக்கை $u(<\sqrt{ag})$ வேகத்துடன் கிடையாக வீசப்படும். துணிக்கையின் இயக்கத்தை விபரிக்க u=0 எனின் துணிக்கையானது அதிதாழ் பள்ளியூடான கிடைத்தளத்தை நிலைக்குத்த விட்டத்திலிருந்து $\frac{5a}{27}[4\sqrt{2}+\sqrt{5}]$ தூரத்தில் அடிக்கும் எனக் காட்டுக.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk