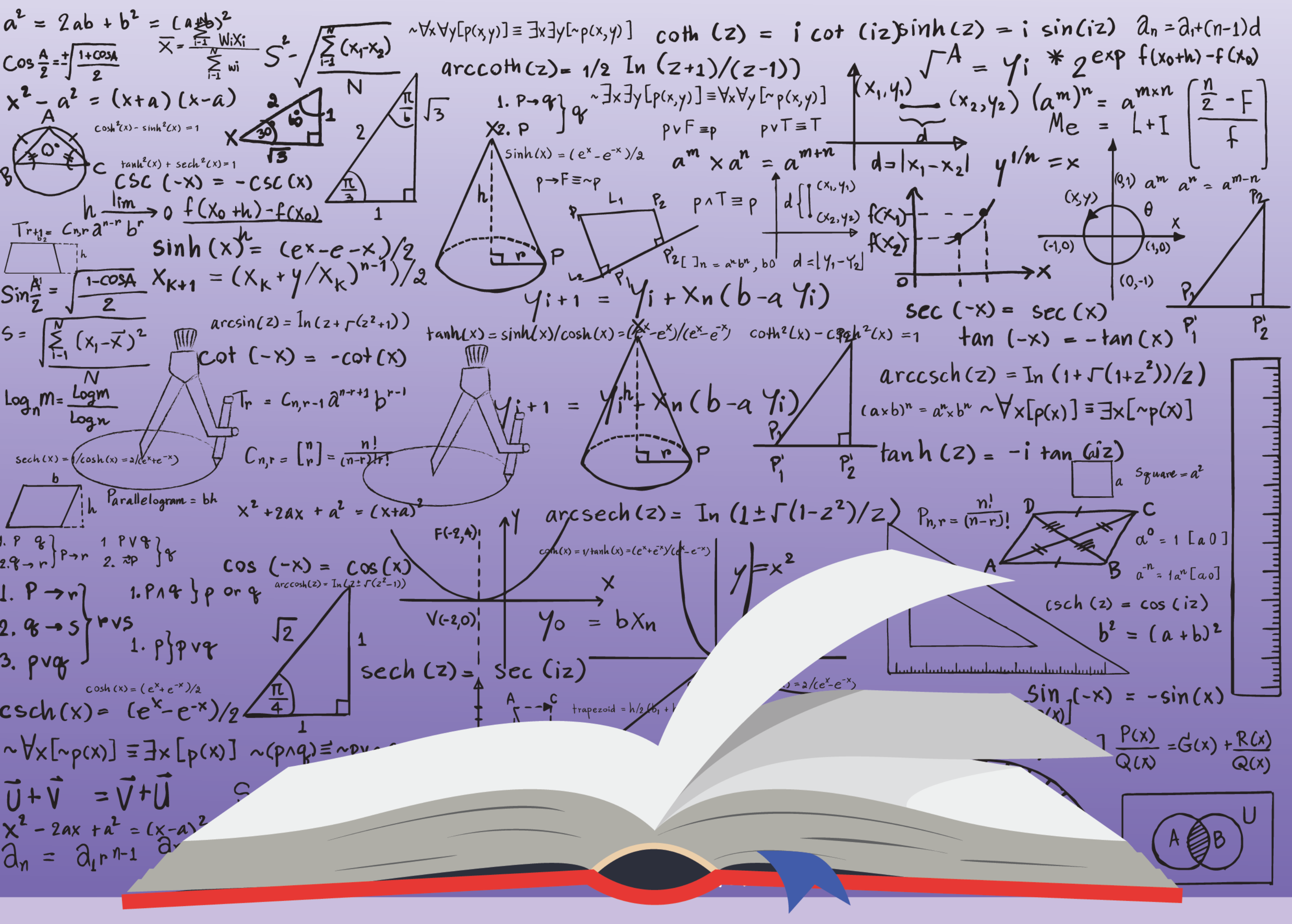
இணைந்த கணிதம்

மொத்தல் (Impact)

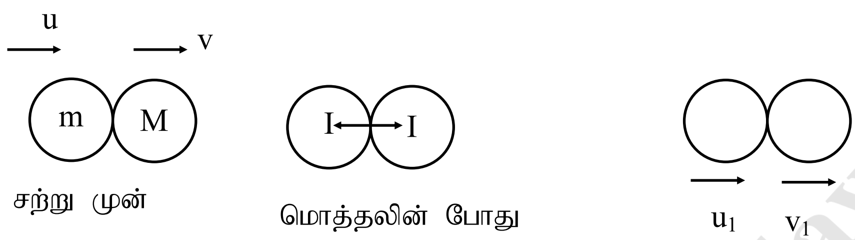


e-தக்ஸலாவ கல்விக்கூடம்
The National e-learning Portal for The General Education
Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

நேர் மொத்தல்: இரு கோளங்கள் மோதும் கணத்தில் அவற்றின் வேகங்கள் மையமிணை கோட்டின் வழியே அமைந்திருப்பின் அவை நேர் மொத்தலில் ஈடுபட்டுள்ளன.

சரிவு மொத்தல்: இரு கோளங்கள் மோதும் கணத்தில் அவற்றின் வேகங்கள் மையமிணைக கோட்டுடன் ஒரு கோணத்தில் அமைந்திருப்பின் சரிவு மொத்தல் எனப்படும்.

நேர் மொத்தல்:



சற்று முன்   மொத்தலின் போது   சற்று பின்னர்

m க்கு $\rightarrow I = \Delta mv$

$-I = mu_1 - mu$

m க்கு $I = Mv_1 - Mv$

$0 = (Mv_1 + mu_1) - (Mv + mu)$

$/ \ Mv_1 + mu_1 = Mv + mu$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி:

மொத்தலில் பின் பிரிந்து செல்லும் வேகங்களின் கூட்டுத் தொகைக்கும் மொத்தலின் முன் அணுகும் வேகங்களின் கூட்டுத் தொகைக்கும் இடையான விகிதம் மாறிலி ஆகும். இம்மாறிலி பொருள்களுக்கிடையான மீளமைவுக்குணகம் எனப்படும். இது e எனக் குறிக்கப்படும். $0 \le e \le 1$

$e=0$ எனின் மீள்தன்மை அற்ற பொருட்கள்

$e=1$ எனின் பூரண மீள்தன்மையுள்ள பொருட்கள்

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி எப்பொழுதும் மையமீணைக் கோட்டின் வழியே மட்டும் பிரயோகிக்கப்படும்.

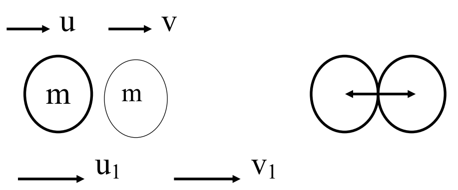
மேலுள்ள மொத்தலில் நியூட்டனின் பரிசோதனை விதியைப் பிரயோகிப்பின்.

$$\frac{v_1 - u_1}{u - v} = e \quad \Longrightarrow \quad v_1 - u_1 = e(u - v)$$

சமதிணிவும் பூரண மீள்தன்மையுமுடைய கோளங்கள் இரண்டு மோதும் போது மொத்தலின் பின்னுள்ள வேகங்கள் ஆனவை ஆரம்ப வேகங்கள் ஆனவை ஆரம்ப வேகங்கள் தம்முள்புற மாற்றப்பட்டவை ஆகும்.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk



1ம் கோளத்திற்கு $I=\triangle mv$

$$-I=mu_1-mu$$

2ம் கோளத்திற்கு $$I = mv_1 - mv$$

$$0 = m(u_1 + v_1) - m(u + v)$$

$$u_1+v_1=u+v \qquad ❶$$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி $$v_1-u_1=u-v \qquad ❷ \quad (\therefore\ e=1)$$

$$2v_1=2u$$

$$v_1=u$$

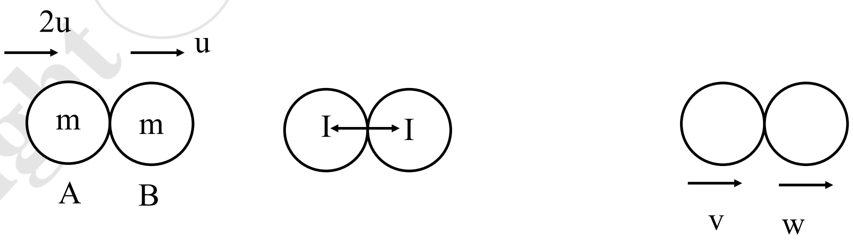
$$u_1=v$$

$\therefore$ வேகங்கள் தம்முள் புற மாற்றப்படும்.

பூரண மீள்தன்மையுடைய கோளங்கள் மோதும் போது சக்தி இழக்கப்படாது.

உதாரணம்:

ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள A,B என்ற சம கோளங்கள் முறையே 2u, u வேகங்களுடன் ஒரே திசையில் இயங்கு மோதுகின்றன. மொத்தலின் பின் வேகங்களையும் கணத்தாக்கையும் காண்க.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

A க்கு $I = \Delta mv$

$-I = mv - m \times 2u$

B க்கு $I = mw - mu$

❶+❷ $0 = mv + mw - (3mu)$

$v + w = 3u$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி

$w - v = e(2u - u)$

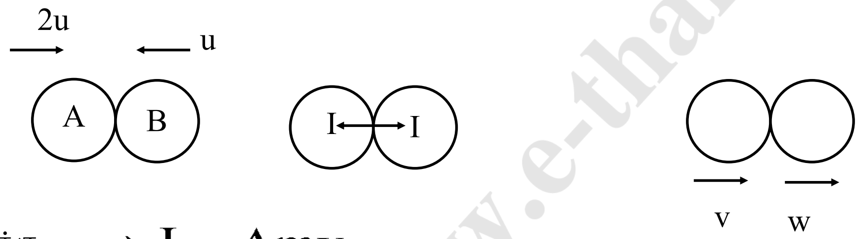
$w - v = eu$

❸+❹ $2w=u(3+e) \Rightarrow w= u/2\ (3+e)$

❸-❹ $2v = u(3-e)$

$$v = \frac{u}{2}(3-e)$$

கோணங்கள் எதிர் எதிராக மோதினால்



A க்கு $\rightarrow I = \Delta mv$

$-I = mv - m.2u$

B க்கு $I = mw - m(-u)$

$o = m(v+w) - mu$

$v + w = u$ ——— (1)

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி

$w - v = e(2u + u)$

$w - v = 3eu$ ——— (2)

$(1)+(2) \Rightarrow w = \frac{u}{2}(1+3e)$

$(1)-(2) \Rightarrow v = \frac{u}{2}(1-3e)$

$I = m\frac{u}{2}(1+3e) + mu$

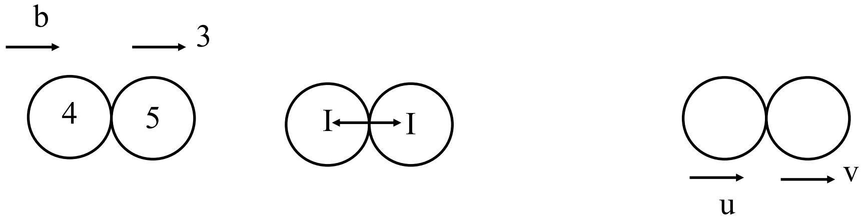
$= 3m\frac{u}{2}[1+e]$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உ+ம்

4Kg, 5Kg திணிவுள்ள கோளங்கள் முறையே $6ms^{-1}$, $3ms^{-1}$ வேகங்களுடன் ஒரே திசையில் இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ எனின் மோதலின் பின்னர் கோளங்களின் வேகங்களையும் கணத்தாக்கையும் இயக்க சக்தி நட்டத்தையும் காண்க.



4Kg க்கு $\rightarrow I = \Delta mu$

$$-I = 4Xu - 4X6 \longrightarrow (1)$$

5Kg க்கு $I = 5v - 5X3 \longrightarrow (2)$

1+2 $0 = 5v + 4u - 39$

$$5v + 44 = 39 \longrightarrow (3)$$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி

$$v - u = \frac{1}{2}(6-3)$$

$$v - u = \frac{3}{2}$$

$$4v - 4u = 6 \longrightarrow (4)$$

$$(3) + (4) \Rightarrow 9v = 45$$

$$v = 5ms^{-1}$$

$$u = \frac{7}{2}ms^{-1}$$

$$/\ I = 5.5 - 5.3$$

$$= 10Ns$$

சக்திமட்டம் $= \left(\frac{1}{2}.4.6^2 + \frac{1}{2}.5.3^2\right) - \left(\frac{1}{2}.4.u^2 + \frac{1}{2}.5.v^2\right)$

$$= \frac{1}{2}\left[(4.36 + 5.9) - \left(4.\frac{7^2}{4} + 5.5^2\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}[(144 + 45) - (49 + 125)]$$

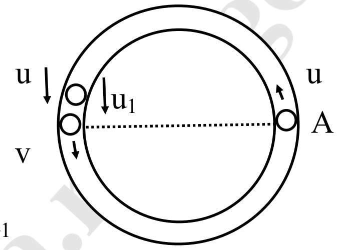
$$= \frac{15}{2}$$

$$= 7.5J$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

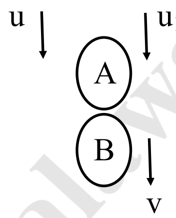
உ+ம்

கிடையாக நிலைப்படுத்தபட்டுள்ள வட்டக் குழாயின் விட்டம் ஒன்றின் முனைகளில் AB என்ற மாபிள்கள் பருமனில், திணிவில் சமனானவை உள்ளன. A ஆனது குழாய் வழியே u வேகத்துடன் இயங்க செய்யப்படுகின்றது. t நேரத்தின் பின் b யை மோதினால் மீண்டும் $2\frac{t}{e}$ நேரத்தில் அலைமோதும் எனக் காட்டுக.



$$ut = \pi a$$

$$t = \frac{\pi a}{u}$$



$$Af;F\ I = \Delta mu$$

$$-I = mu_1 - mu$$

$$Bf;F\ \frac{I = mv}{0 = m(u_1 - v) - mu}$$

$$u_1 - v = u \longrightarrow (1)$$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி $v - u_1 = eu \longrightarrow (2)$

மீண்டும் மோத எடுக்கும் நேரம் T எனின்

$$T = \frac{2\pi a}{v - u_1}$$

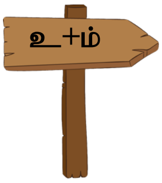
$$= \frac{2\pi a}{eu}$$

$$= \frac{2ut}{eu}$$

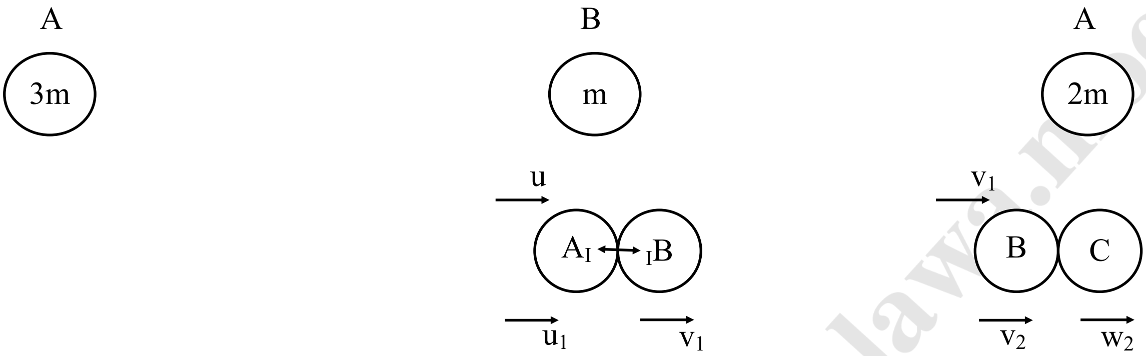
$$= \frac{2t}{e}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk



A,B,C என்ற மூன்று கோளங்களின் திணிவுகள் முறையே 3m, m, 2m இவை A, C க்கிடையில் B இருக்குமாறு நேர்கோட்டில் அமைந்துள்ளன. B ஐ மோதுமாறு Aக்கு u வேகம் வழங்கப்படுகிறது. எந்த இரு கோளங்களுக்கிடையிலான மீளமைவுக்குணகம் ½ தொடரும் இயக்கத்தை ஆராய்க.



1ம் மொத்தல்   2ம் மொத்தல்

1ம் மொத்தல்

A க்கு → $I = \Delta mv$

$$-I = 3mu_1 - 3mu$$

B க்கு → $I = mv_1 - m_1 o$

$$o = 3u_1 + v_1 - 3u$$

$$3u_1 + v_1 = 3u \longrightarrow (1)$$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி

$$v_1 - u_1 = \frac{1}{2}u \longrightarrow (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 4u_1 = \frac{5}{2}u$$

$$u_1 = \frac{5}{8}u$$

$$v_1 = \frac{9}{8}u$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

2ம் மொத்தலுக்கு

$\overrightarrow{B \text{ க்கு}} \quad I = \Delta mv$

$-I = mv_2 - mv_1$

$\overrightarrow{C \text{ க்கு}} \quad I = 2mw_2 - 2m.o$

$o = v_2 + 2w_2 - v_1$

$v_2 + 2w_2 = v_1 \longrightarrow (3)$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி

$$w_2 - v_2 = \frac{1}{2}v_1 \longrightarrow (4)$$

$$(3) + (4) \Rightarrow 3w_2 = \frac{3}{2}v_1$$

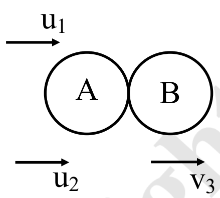
$$w_2 = \frac{1}{2}.\frac{9}{8}u$$

$$= \frac{9}{16}u$$

$$v_2 = w_2 - \frac{1}{2}v_1$$

$$= \frac{9u}{16} - \frac{1}{2}.\frac{9}{8}u = 0$$

2ம் மொத்தலுடன் B ஓய்வுக்கு வரும்



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

மூன்றாம் மொத்தல்

A க்கு $\rightarrow I = \Delta mv$

$-I = 3mu_2 - 3mu_1$

B க்கு $\overrightarrow{}$ $I = mv_3 - 0$

$0 = 3u_2 + v_3 - 3u_1$

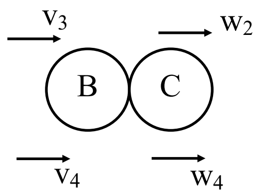
$v_3 + 3u_2 = 3u_1 \longrightarrow (5)$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி

$v_3 - u_2 = \frac{1}{2}u_1 \longrightarrow (6)$

$(5) + (6) \Rightarrow u_2 = \frac{5}{8}u_1 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 u = \frac{25}{64}u$

$v_3 = \frac{9}{8}u_1 = \frac{9}{8}.\frac{5}{8}u = \frac{45}{64}u$



B க்கு $\rightarrow I = \Delta mv$

$-I = mv_4 - mv_3$

C க்கு $\overrightarrow{}$ $I = 2mw_4 - 2mw_2$

$0 = v_4 + 2w_4 - (v_3 + 2w_2)$

$v_4 + 2w_4 = v_3 + 2w_2$

$= \frac{45}{64}u + 2.\frac{9}{16}u$

$v_4 + 2w_4 = \frac{117}{64}u \longrightarrow (7)$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி

$$w_4 - v_4 = \frac{1}{2}(v_3 - w_2)$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{45}{64}u - \frac{9}{16}u\right)$$

$$w_4 - v_4 = \frac{9}{128}u \longrightarrow 8$$

$$7 + 8 \Rightarrow w_4 = \frac{1}{3} X \frac{243}{128}u = \frac{81}{128}u$$

$$v_4 = \frac{-9}{128}u + \frac{81}{128}u - \frac{72}{128}u$$

$v_4 =$ 9/16 u

நான்கு மொத்தல்களின் பின்னர் A,B,C என்பவற்றின் வேகங்கள் முறையே $u_2 = \frac{50}{128}u, \ v_4 = \frac{72}{128}, \ w_4 = \frac{81}{128}$

$$\frac{50}{128}u \ \langle \ \frac{72}{128}u \ \langle \ \frac{81}{128}u$$

$$u_2 \ \langle \ v_4 \ \langle \ w_4$$

எனவே மீண்டும் மொத்தல்கள் நிகழமாட்டாது.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உ+ம்

ஒப்பமான கிடைத்தரையிலிருந்து h உயரத்திலுள்ள புள்ளியிலிருந்து ஒரு துணிக்கை விடப்படுகின்றது. துணிக்கை தரையிடையான மீளமைவுக் குணகம் e. தரையை மோதிய பின் எவ்வளவு உயரத்தில் எழும்பும். துணிக்கை இயக்கத்திலுள்ள நேரம் என்ன.

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$u^2 = 0 + 2gh$$

$$u = \sqrt{2gh}$$

மீண்டெழும் உயரம் h_1 என்க.

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = (eu)^2 - 2gh_1$$

$$h_1 = \frac{e^2u^2}{2g}$$

1ம் மொத்தலுக்கு எடுக்கும் நேரம் t_1 என்க.

$$\downarrow \; S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$h = 0 + \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

1ம் மொத்தலுக்கும் 2ம் மொத்தலுக்கும் இடையான நேரம் t_1

2ம் மொத்தலுக்கும் 3ம் மொத்தலுக்கும் இடையான நேரம் t_2

3ம் மொத்தலுக்கும் 4ம் மொத்தலுக்கும் இடையான நேரம் t_3 எனக் கொண்டால்

t_1 காணல்

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 = eut_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$t_1 = \frac{2eu}{g}$$

t_2 காணல்

$$0 = c^2ut_2 - \frac{g}{2}t_2^2$$

இவ்வாறே $t_3 = \frac{2e^3u}{g}, \; t_4 = \frac{2e^4u}{g} \ldots$ என எழுதலாம்.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

∴ மொத்தல் முடிவடைய எடுக்கம் நேரம் T எனின்

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g} + \frac{2eu}{g} + \frac{2e^2u}{g} + \frac{2e^3u}{g} + \dots\dots}$$

$$= \sqrt{\frac{2h}{g} + \frac{2eu}{g}\left[1 + e + e^2 + \dots\right]}$$

$$\sqrt{\frac{2h}{g} + \frac{2eu}{g} \cdot \frac{1}{1-e}}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

பயிற்சிகள்

1. A, B என்பன முறையே 1kg, 2kg திணிவுடைய துணிக்கைகள் ஓய்விலுள்ள B ஐ A ஆனது $1ms^{-1}$ வேகத்துடன் நேரடியாக மோதுகிறது. இம் மொத்தலினால் A ஓய்வுக்கு கொண்டுவரப்படுகிறது. மீளமைவுக் குணகத்தையும் இயக்க சக்தி இழப்பையும் காண்க.

2. M, m திணிவுள்ள இரு ஒத்த கோளங்கள் முறையே u, v என்ற வேகத்துடன் எதிர் எதிராக இயங்கி மோதுகின்றன. மொத்தலினால் m ஓய்வுக்கு கொண்டுவரப்படின் $(m-eM)v = M(1+e)u$ எனக் காட்டுக. மொத்தலின் பின்னர் மாறா விசையினால் M திணிவு a தூரத்தில் ஓய்வுக்குக் கொண்டுவரப்படின் விசையின் பருமன் $\frac{Me^2(u+v)^2}{2a}$ எனக் காட்டுக.

3. m, em என்ற இரு ஒத்த பந்துகள் முறையே u, eu என்ற வேகங்களுடன் எதிர் எதிராக சென்று நேரடியாக மோதுகின்றன. மொத்தலின் பின்னர் 2m திணிவின் வேகம் u எனக் காட்டுக.

4. A, B என்ற இரு ஒத்த கோணங்கள் முறையே 2, 30 g திணிவுடையன. அவை ஒரு நிலைக்குத்து சுவருக்கெதிராக செங்குத்தான நேர்கோட்டில் A சுவருக்குக் கிட்டவாக இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது Bயை அடிக்குமாறு u வேகத்துடன் நேராக வீசப்படுகிறது. இரண்டாம் மொத்தலின் பின் A ஓய்வுக்கு வரும் எனக் காட்டுக.

5. m_1, m_2, m_3 என்ற திணிவுள்ள பூரண மீள்தன்மையுள்ள ஒத்த கோளங்கள் A, B, C ஒரே நேர்கோட்டிலுள்ளன. A ஆனது u வேகத்துடன் B ஐ நேரடியாக மோத B ஆனது C ஐ மோதுகிறது. இரண்டாம் மொத்தலின் பின் C இன் வேகம் u எனின், $(m_1+m_2)(m_2+m_3) = 4m_1m_2$ எனக் காட்டுக.

6. ஒத்த பருமனுள்ள இரு கோளங்களின் ஒன்று ஓய்விலுள்ளது. மற்றை கோளம் ஓய்விலுள்ள கோளத்தை நேரடியாக மோதுகின்றது. மோதலினால் மொத்தலின் முன்னுள்ள இயக்க சக்தியின் $\frac{1}{2}(1-e^2)$ என்ற பின்னம் இழக்கப்படும் எனக் காட்டுக.

7. u கதியுடன் இயங்கும் m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்றிற்கு இயங்கும் திசையில் I கணத்தாக்கு வழங்கப்படின் இயக்க சக்தி அதிகரிப்பு $\frac{I}{2m}(I+2mu)$ எனக் காட்டுக.

8. A, B என்பன சமபருமனுள்ள m, 4m திணிவுடைய கோளங்கள் ஒப்பமான கிடை மேசையிலுள்ளன. A, B என்பன முறையே u, $\lambda u (0 < \lambda < 1)$ வேகங்களுடன் ஒரே திசையில் இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. மோதலால் A ஓய்வடையும் எனின் $R = \frac{4\lambda+1}{4(1-\lambda)}$ எனக் காட்டுக.

9. M திணிவுள்ள துப்பாக்கி m திணிவுள்ள குண்டை சுடுவதனால் கிடையாக பின்னடிக்க சுயாதீனமுடையது. குழாயூடாக u வேகத்துடன் குண்டு வெளியேறுகிறது.
   (i) குழாய் கிடையாக இருப்பின்
   (ii) குழாய் 30^o ஏற்றக் கோணத்தில் உள்ள போது துப்பாக்கி கிடையாக பின்னடிக்கும் வேகங்களைக் காண்க.

10. A, B, C என்பன முறையே M, M, m திணிவுடைய மூன்று ஒத்த கோளங்கள் A, B க்கிடையில் C இருக்குமாறு ஒரே நேர்கேகாட்டில் உள்ளன. A ஐ நோக்கி C இற்கு u வேகம் கொடுக்கப்படுகிறது. அது A ஐ அடித்து மீண்டு வந்து B யை அடிக்கிறது. $M<(\sqrt{5}+2)m$ எனின் C ஆனது மீண்டும் A ஐ அடிக்காது எனக் காட்டுக.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk