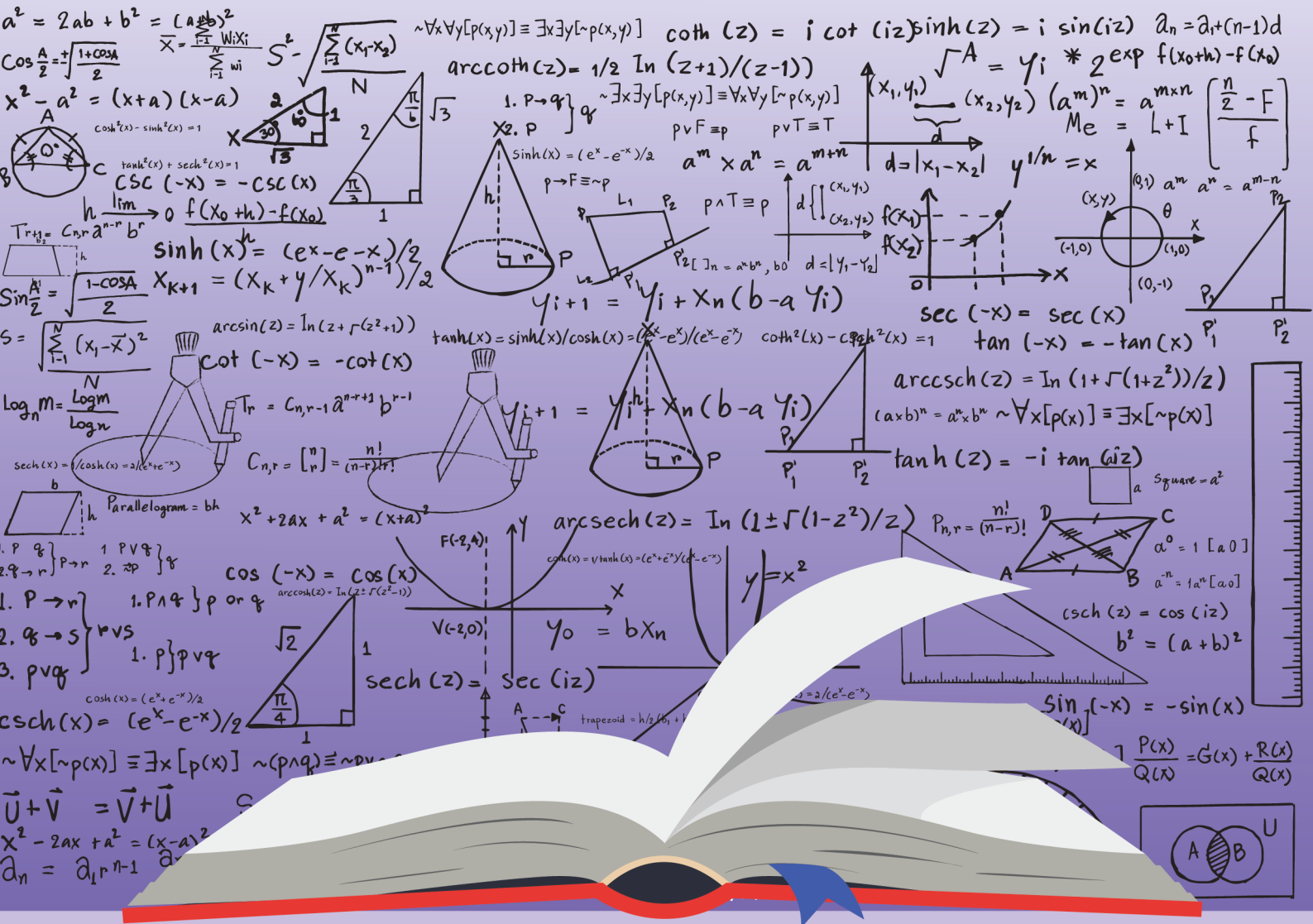


இணைந்த கணிதம்

கணத்தாக்கு





கணத்தாக்கு (Impulse) மொத்தல் (Impact)

கணத்தாக்கு : (I)

புறவிசையின் தாக்கத்தினால் t நேர ஆயிடுடையில் ஏற்படும் உந்தமாற்றம் அந்நேர ஆயிடுடையில் அவ்விசையின் கணத்தாக்கு எனப்படும்.

m திணிவுள்ள துணிக்கையின் t நேர ஆயிடுடையில் அதன் வேகம் u விலிருந்து v க்கு மாறும் ஆயின் விசையின் கணத்தாக்கு I எனின்

$$I = mv - mu$$

மாறவிசை F இனால் t நேரத்தில் வேகம் u இலிருந்து v க்குமாற்றம் அடைந்தது எனின்

$$V = u + at$$

$$a = \frac{v - u}{t}$$

$$F = m a \text{ ஐ பிரயோகிக்க}$$

$$F = m \left(\frac{v - u}{t} \right)$$

$$F t = mv - mu$$

மாறும் விசை F ஆயின் கணத்தாக்கு $I = \int_0^t F dt$ ஆகும்

$$I = \int_0^t F dt$$

$$= \int m \frac{dv}{dt} (dt)$$

$$= \int m dv$$

$$= m \Big| v \Big|_u^v$$

$$= mv - mu$$





உதாரணம் : 2kg திணிவுள்ள துணிக்கையில் புறவிசை ஒன்றை குறித்த நேர ஆயிடுையில் பிரயோகிக்கும் போது வேகம் 6ms^{-1} இலிருந்து 15ms^{-1} இற்கு மாறும் எனில் விசையின் கணத்தாக்கத்தைக் காண்க. 4 செக்கனில் இம்மாற்றம் ஏற்படின் விசையின் பருமனைக்காண்க.

$$I = mv - mu$$

$$= 2 \times 15 - 2 \times 6$$

$$= 18 \text{ Ns}$$

$$I = Ft$$

$$18 = F \times 4$$

$$F = 9/2 \text{ N}$$

உதாரணம் : $1/2 \text{ kg}$ திணிவுள்ள பந்து 12ms^{-1} வேகத்துடன் சுவரில் மோதி 8ms^{-1} வேகத்தில்

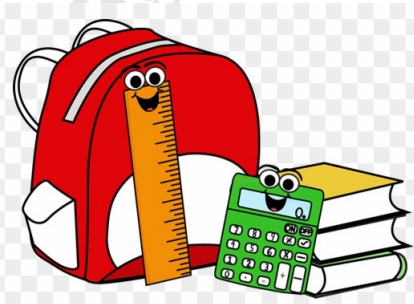
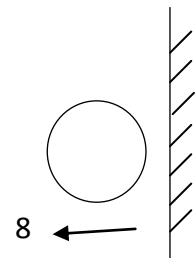
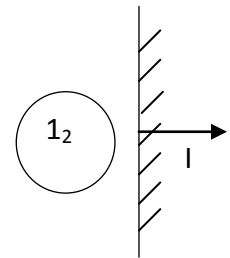
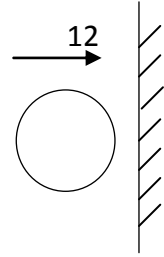
பின்னடிக்கின்றது கணத்தாக்கத்தினைக்

காண்க.

$$\leftarrow I = mv - mu$$

$$I = \frac{1}{2} \times 8 - \frac{1}{2} \times (-12)$$

$$= 10 \text{ Ns}$$





உதாரணம் : நீர்த்தாரை ஒன்று செக்கனுக்கு 25 l வீதம் நிலைக்குத்து சுவரை செங்குத்தாக 20ms^{-1}

வேகத்துடன் மோதி சுவர்வழியே வழிந்தோடுகிறது. சுவரினால் உண்டான கணத்தாக்கத்தையும் சுவர்மீதான உதைப்பையும் காண்க. (1L நீரின் திணிவு = 1kg)

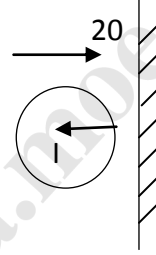
$$\leftarrow I = mv - mu$$

$$I = 25 \times 0 - 25 (-20)$$

$$= 500\text{Ns}$$

$$I = F \times t$$

$$500 = F \times 1$$



உதாரணம் : ஒரு துணிக்கையின் மீதான கணத்தாக்கு I அதன் வேகத்தை u இலிருந்து v க்கு மாற்றும் எனில் இயக்கச்சகத்தி மாற்றம் $\frac{1}{2} I(u + v)$ எனக்காட்டுக.

$$\begin{aligned} \text{சக்திமாற்றம் } \Delta E &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \\ &= \frac{1}{2}m(v - u).(v + u) \\ &= \frac{1}{2}I(v + u) \end{aligned}$$



உதாரணம் : M திணிவுள்ள துப்பாக்கி m திணிவுள்ள குண்டை சுடும் போது E என்ற இயக்கசக்தி

உருவாகின்றது. துவக்கு பின்னடிக்கும் வேகம் $\sqrt{\frac{2mE}{M(M+m)}}$ எனக்காட்டுக.

$$I = \Delta mv$$

$$0 = Mv - mu$$

$$E = \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} mu^2$$

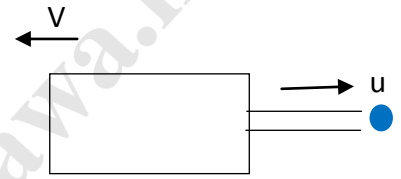
$$= \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{M}{m} v \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} v^2 \left[M + \frac{M^2}{m} \right]$$

$$= \frac{1}{2} Mv^2 \left[\frac{m + M}{m} \right]$$

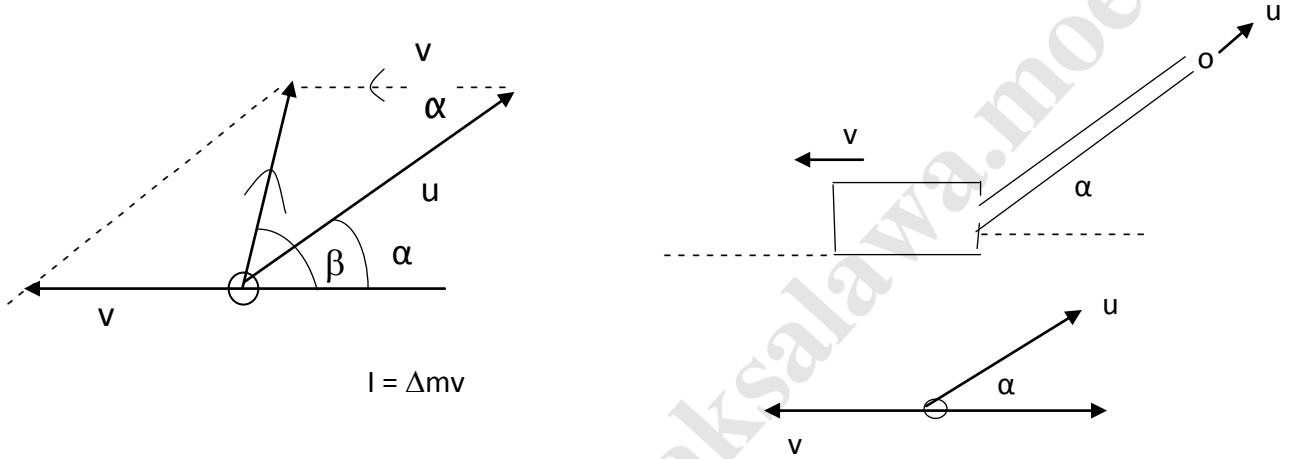
$$\therefore v^2 = \frac{2mE}{M(M+m)}$$

$$v = \sqrt{\frac{2mE}{M(M+m)}}$$





உதாரணம் : M திணிவுள்ள துவக்கு m திணிவுள்ள குண்டை சுடும் போது சுயாதீனமாக பின்னடிக்கும். துவக்கின் குழாய் α ஒற்றக் கோணத்தில் அமைந்துள்ளது. குண்டு வெளியேறும் திசை கிடையுடன் அமைக்கும் கோணம். $\tan^{-1}$ ல் $\left[1 + \frac{m}{M} \tan \alpha \right]$ எனக்காட்டுக.



$$I = \Delta mv$$

$$0 = Mv + m(v - u \cos \alpha)$$

$$(M + m)v = mu \cos \alpha$$

1

sin விதிப்படி

$$\frac{u}{\sin(\pi - \beta)} = \frac{v}{\sin(\beta - \alpha)}$$

2

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \Rightarrow \frac{M + m}{\sin \beta} = \frac{m \cos \alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$$

$$(M + m)[\sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha] = m \cos \alpha \sin \beta$$

$$(M + m)[\tan \beta - \tan \alpha] = m \tan \beta$$

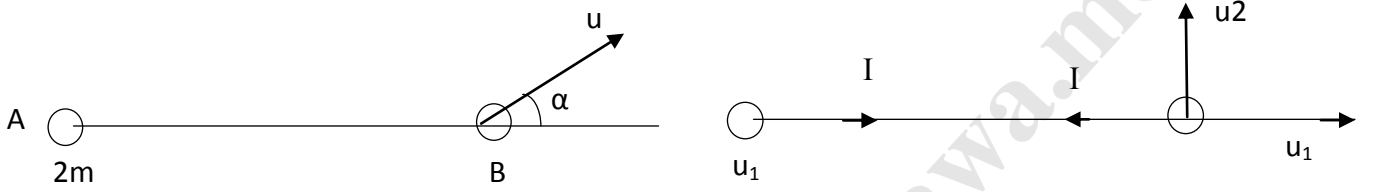
$$M \tan \beta = (M + m) \tan \alpha$$

$$\tan \beta = \left(\frac{M + m}{m} \right) \tan \alpha$$

$$\tan \beta = \left(1 + \frac{m}{M} \right) \tan \alpha$$



உதாரணம் : முறையே $2m$, m திணிவுள்ள A,B என்ற இரு துணிக்கைகள் நீள இழை ஒன்றின் முனைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாக இருக்க கிடைத்தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. AB யுடன் α என்ற கூர்ங்கோணத்தை ஆக்கும். திசையில் u வேகத்தை கொடுக்கக்கூடிய கணத்தாக்கு வழங்கப்படுகிறது. துணிக்கைகள் இயங்க ஆரம்பிக்கும் வேகங்களையும், இழையின் கணத்தாக்கிழுவையும் காண்க.



A க்கு

→

$$I = \Delta mv$$

$$I = 2mu_1 \quad \text{_____} \quad \textcircled{1}$$

B க்கு

→

$$-I = mu_1 - mu \cos \alpha \quad \text{_____} \quad \textcircled{2}$$

↑

$$0 = mu_2 - mu \sin \alpha$$

$$u_2 = u \sin \alpha \quad \text{_____} \quad \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}$$

$$0 = 3mu_1 - mu \cos \alpha$$

$$u_1 = \frac{1}{3} u \cos \alpha$$

∴ B ன் வேகம்

$$= \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

$$= \sqrt{\frac{u^2}{9} \cos^2 \alpha + u^2 \sin^2 \alpha}$$

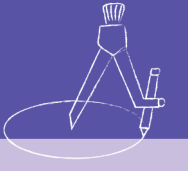
$$= \frac{u}{3} \sqrt{1 + 8 \sin^2 \alpha}$$

$$\tan \theta = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u \sin \alpha}{\frac{1}{3} u \cos \alpha}$$

$$= 3 \tan \alpha$$

$$\theta = \tan^{-1}(3 \tan \alpha)$$



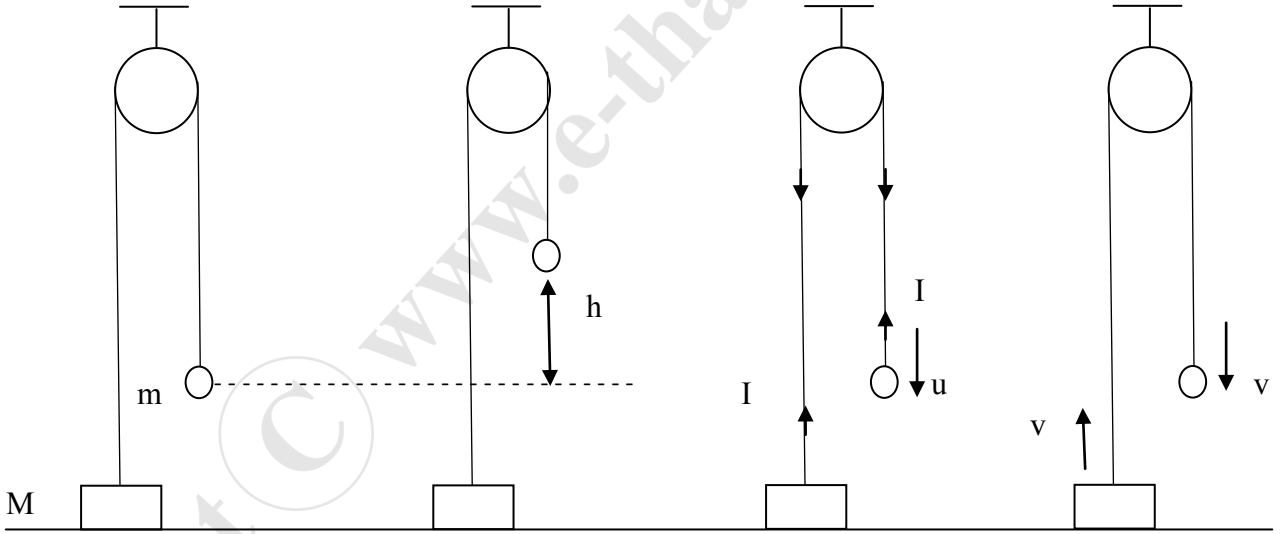


உதாரணம் : M திணிவு மேசைமீது ஒய்விலுள்ளது. நீள இழையில் ஒருமுனை M க்கு இணைக்கப்பட்டு நிலையான ஒப்பமான கப்பி மேலாக சென்று மறுமுனையில் $m(<M)$ திணிவு இணைக்கப்பட்டு அது மேசையின் மேலுள்ளவாறு இழையின் பகுதிகள் நிலைக்குத்தாக உள்ளது. m திணிவு h உயரத்துக்கு ஆரம்பநிலையிலிருந்து உயர்த்தப்பட்டு விடப்படுகின்றது.

i. M திணிவு மேலெழும்பும் வேகம் யாது

ii. இழையின் கணத்தாகத்தைக் காண்க.

iii. m விடப்பட்டு $\frac{M}{M-m} \sqrt{\frac{2h}{g}}$ நேரத்திறன்பின் தொகுதி கண நிலை ஒய்வுக்கு வரும் எனக்காட்டுக.



u கான்பதற்கு

$$v^2 = u^2 + 2us$$

$$u^2 = 0 + 2gh$$

$$u = \sqrt{2gh}$$



M க்கு

$$I = \Delta mv \downarrow$$

$$-I = m(v - u)$$

1

$$\uparrow I = Mv$$

2

$$0 = Mv + m(v - u)$$

$$(M + m)V = mu$$

$$v = \frac{m}{M + m} \sqrt{2gh}$$

கணத்தாக்கத்தின் பின் இழுவை T, ஆர்முடுகல்

M க்கு

$$mg - T = ma$$

$$T - Mg = Ma$$

$$a = \left(\frac{m - M}{M + m} \right) g$$

$$= m \left[g - \frac{m - M}{M + m} g \right]$$

