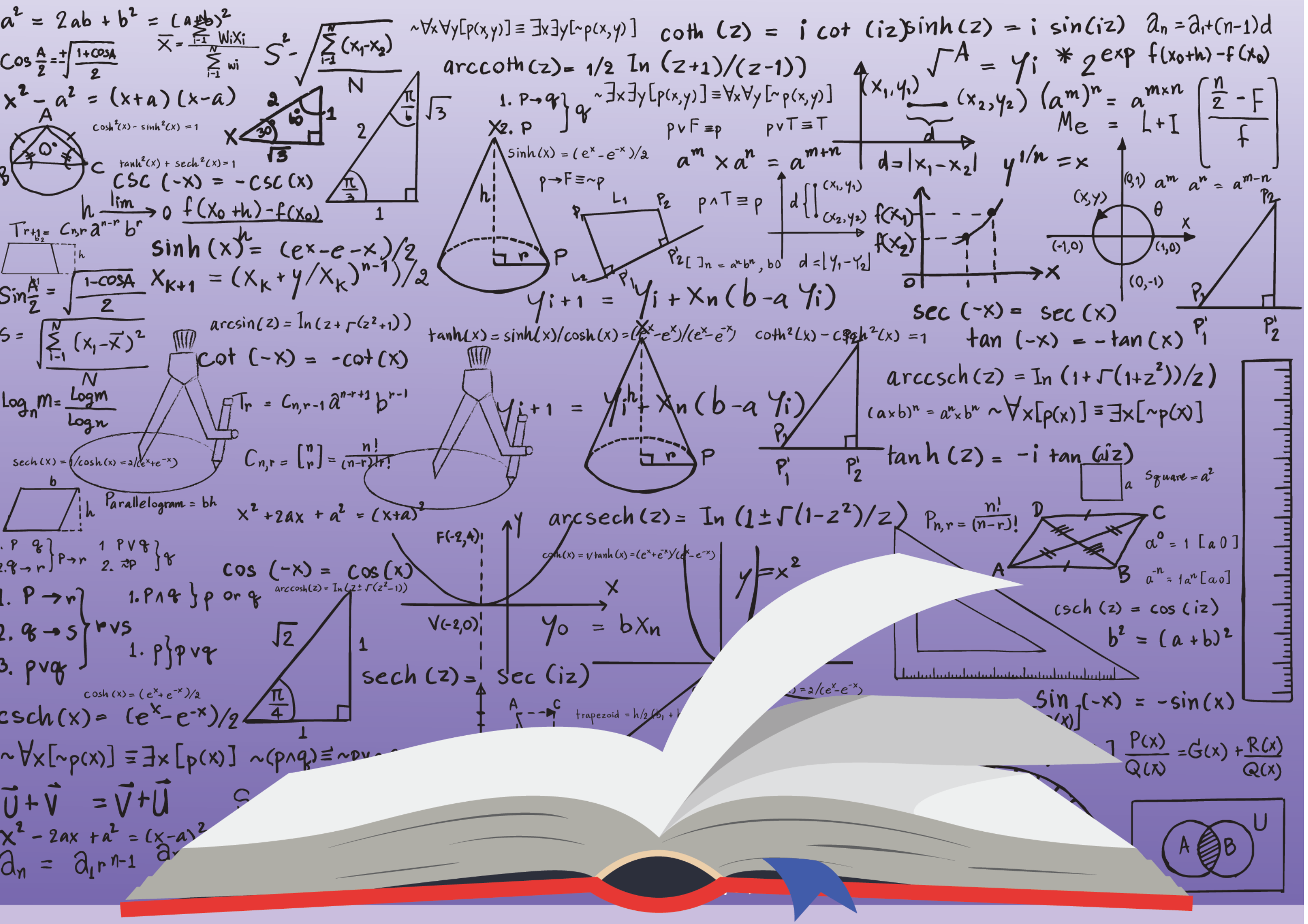
இணைந்த கணிதம்

தரம் - 12, 13

பயிற்சிகள்

உராய்வு



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

The National e-learning Portal for The General Education

1) AB என்பது w நிறையுடைய ஒரு சீரான கோல் ஆகும். இக்கோலின் முனை A ஓர் கரடான கிடைத்தரையில் தங்கும் படியும் முனை B ஓர் கரடான நிலைக்குத்து சுவரில் தங்கும் படியும் வைக்கப்பட்ட கோலானது சுவருக்கு செங்குத்தான நிலைக்குத்து தளத்தில் எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது. ஒவ்வொரு தொடுகையிலும் உள்ள உராய்வுக்குணகம் $1/3$ ஆயின் கோல் கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம் $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ எனக்காட்டுக.

2) ஒரு சீர்க்கோல் கிடையாகவும், அதனுடன் 120^0 இற் சாய்ந்துமிருக்கும் இரு தளங்களிற் சமமாகச்சாய்ந்து எல்லைச் சமநிலையில் தங்கியிருக்கிறது. கோலிற்கும் தளத்திற்குமிடையேயான உராய்வுக்கோணம் 30^0 எனின் கோலிற்கும் கிடைத்தளத்திற்கும் இடையேயான உராய்வுக் $\frac{\sqrt{3}}{5}$ குணகம் எனக்காட்டுக.

3) ℓ நீள சீர்கோலொன்று h உயரத்திலிருக்கும் ஓர் ஒப்பமான கிடைச்சட்டத்தின் மீது ஒரு நிலைக்குத்து தளத்தில் சாய்ந்து (அதற்கு மேலாக) இருக்கிறது. கோலின் கீழ் முனை கரடான கிடைத்தளத்தில் தங்கியுள்ளது. கிடையுடன் அக்கோலின் சாய்வு θ இருக்கும் போது அது நழுவும் தறுவாயிலிருப்பின் கோலிற்கும் நிலத்திற்கும் இடையேயான உராய்வுக்குணகம் $\frac{l\sin 2\theta \sin\theta}{4h - l\sin 2\theta\cos\theta}$ எனக்காட்டுக.

4) 2ℓ நீளமும் w நிறையுமுடைய ஒரு சீர்க்கோல் AB, A ஒரு கரடான கிடை நிலத்தைத் தொட்டவண்ணமும் கோலிலுள்ள புள்ளி C கிடைத்தண்டவாளமொன்றைத் தொட்ட வண்ணமும் கிடையுடன் 45^0 சாய்வில் எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது. கோலுக்கும் நிலத்துக்குமிடையியேயான உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ உம் கோலுக்கும் தண்டவாளத்திற்குமிடையேயான உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{3}$ உம் ஆகும்.
பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

i) A இலுள்ள விளையுள் மறுதாக்கத்தின் பருமனும் திசையும்

ii) AC இன் நீளம்.

5) w நிறையுடைய சீரானவொரு ஏணி அழுத்தமான நிலைக்குத்துச் சுவரின் மீது சாய்ந்துள்ளது. அதன் அடி சுவரிலிருந்து அப்பால் கிடைக்கு α கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கும் கரடான நிலமொன்றின் மீதுள்ளது.
ஏணி எல்லைச் சமநிலையிலிருக்குமெனின் அதன் சுவருடனான சாய்வு
இற்குச் சமனாகும் எனக்காட்டுக. இங்கு λ உராய்வுக் கோணம் ஆகும். $\tan^{-1}\{2\tan(\lambda-\alpha)\}$
நிலத்துடனான மொத்த மறுதாக்கம் $w\sec(\lambda - \alpha)$ ஆகும் எனக் காட்டுக.

தொகுப்பு :- திரு.இ.கிருஷ்ணதாஸ், ஆசிரியர் - இணைந்தகணிதம், (யா/ அருணோதயக்கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு : திரு.ச.சசிஸ்குமார், ஆசிரியர் - தகவல் தொடர்பாடல் தொழினுட்பம், (யா/சாவகச்சேரி இந்துக் கல்லூரி)

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

6) r சென்ரிமீற்றர்ஆரையும் w நியூற்றன் நிறையும் உள்ள சீரான கோளம் ஒன்றின் மேற்பரப்பிலுள்ள புள்ளி ஒன்றுடன் இலேசான நீட்ட முடியாத இழை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்விழையின் மற்றைய நுனியானது கரடான நிலைக்குத்துச் சுவர் ஒன்றின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. நிலைத்த புள்ளிக்கு $\frac{3r}{2}$ சென்ரிமீற்றர் கீழேயுள்ள ஒரு புள்ளியில் சுவரைத்தொட்டுக் கொண்டு கோளம் சமநிலையில் ஓய்வில் இருக்கிறது. கோளம் சுவரைத் தொடும் புள்ளி கீழ்நோக்கி நழுவுந்தறுவாயிலும் கோளத்திற்கும் சுவருக்குமிடையேயுள்ள உராய்வுக் குணகம் $\frac{3}{4}$ ஆகும் எனின் நிலைக்குத்துடன் இழையின் சாய்வைக் காண்க. இழையின் இழுவை $\frac{5w}{6}$ நியூட்டன் எனக்காட்டுக.

7) a நீளமுள்ள சீர்க்கோலொன்று a ஆரையுள்ள நிலைத்த கரடான கோளப்பரப்பொன்றிற்குள் தன் ஒரு முனை அப்பரப்பின் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளியிலே கிடக்க எல்லைச் சமநிலையிலிருக்கிறது.

உராய்வுக்குணகம் $\left(\sqrt{15}-\sqrt{12}\right)$ ஆகுமெனக்காட்டுக.

8) ஒரு சீர்க்கோள் AB, ஒரு கரடான சாய்தளத்தில் முனை A பொருந்தப்பெற்றுத் தங்கியிருக்கின்றது. இத்தளம் கிடையுடன் 30^0 ஐ ஆக்குகின்றது. அக்கோல் தளத்தின் மேன்முகத்திசையடன் கோணம் 30^0 ஆக்கியம் அதியுயர் சரிவுக் கோட்டினூடான நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் அமைந்திருக்கிறது. அது முனை B உடன் இணைத்த ஓர் இழையினாற் சமநிலையில் பேணப்பட்டும், தளத்திற்கு சமாந்தரமாக இழுக்கப்பட்டுமுள்ளது. A இலுள்ள உராய்வுக்குணகம் ஆகக் குறைந்தது $\tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ ஆக இருக்க வேண்டுமெனக் காட்டுக.

9) 5a ஆரையம் 3w நிறையும் உள்ள சீர்திண்மக்கோளம் ஒரு கரடான கிடைமேசை மீது ஓய்வில் உள்ளது. கோளம் கிடை மேசையைத்தொடும் புள்ளி A ஆகும். 8a நீளமும் 8w நிறையும் உடைய ஒரு சீர்க் கோல் BC, முனை B கோளத்தைத் தொடவும் முனை C, கோளமிருக்கும் அதே கிடைமேசையைத் தொடவும் ஓய்வில் உள்ளது. கோளத்திற்கும் மேசையிற்கும், கோலுக்கும் மேசையிற்கும் இடையே உள்ள உராய்வுக்குணகம் μ_1 கோலுக்கும் கோளத்திற்கும் இடையே உள்ள உராய்வுக்குணகம் μ_2. இங்கு AB = 8a ஆகும். பின்வருவனற்றைக் காட்டுக.

i) கிடையுடன் BC இன் சாய்வு

ii) B இல் மறுதாக்கம் $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ மேசையினதும் கோளத்தினதும் தொடுகைப்புள்ளியினூடு செல்லும்.

iii) C இல் செவ்வன் மறுதாக்கம் 6w

iv) A,B,C இல் உராய்வு விசையின் பருமன் சமனானவை எனவும் மேலும் μ_2 இன் இழிவுப்பெறுமானத்தையும் μ_1 இன் இழிவுப்பெறுமானத்தையும் காண்க.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

10) $l, 2l$ நீளங்களையும் w, 2w நிறைகளையுமுடைய AB, BC எனும் இரு சீர்க்கோல்கள் B இல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. இக்கோல்கள் நிலைக்குத்துத் தளமொன்றிலே BC கிடையாகவும் B இலிருந்து $\frac{3l}{2}$ தூரத்திலுமுள்ள கரடான முனையைத் தொட்டுக்கொண்டும் ஓய்கிறது. AB இன் முனை A கரடான கிடைத்தளமொன்றில் ஓய்விலுள்ளது. $A\hat{B}C = 120^0$ ஆகும். BC இற்கும் முனைக்குமிடையேயான உராய்வுக்குணகம் μ, A இற்கும் நிலத்திற்குமிடையேயான உராய்வுக்குணகம் μ. சமநிலை சாத்தியமாவதற்கு μ இன் இழிவுப்பெறுமானத்தைக் காண்க.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

1) கிடை நிலத்தில் ஒரு முனையைக் கொண்ட ஒரு சீரேணியின் மறுமுனை ஒரு நிலைக்குத்து சுவரில் சாய்ந்திருக்கின்றது. நிலத்தினதும், சுவரினதும் உராய்வுக் குணகங்கள் முறையே $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{3}$ ஆகும். ஏணி நழுவும் தறுவாயில் நிலைக்குத்துடன் அதன் சாய்வைக் காண்க.

2) கரடான கிடைநிலத்தில் ஒரு முனையைக் கொண்டுள்ள ஒரு சீரேணியின் மறுமுனை ஓப்பமான நிலைக்குத்து சுவரில் சாய்ந்திருக்கிறது. நிலத்திற்கும் ஏணிக்குமான உராய்வுக்குணகம் $\frac{5}{8}$ ஆகும். ஏணியின் கிடையுடனான சாய்வு 45^0 ஆயின் ஏணியின் நிறைக்கு சமமான நிறையுடைய மனிதன் ஒருவன் ஏணியின் முக்காற்பங்கு மட்டும் ஏறலாம் எனகாட்டுக.

3) W நிறையுடைய ஓர் சீர்திண்ம அரைக்கோணம் கிடையுடன் கோணம் α இல் சாய்ந்திருக்கும் ஒரு கரட்டுத்தளத்தின் மீது அதன் வளைந்த மேற்பரப்பு இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் தளமுகத்தின் பரிதியில் உள்ள ஒரு புள்ளியுடன் ஒரு சிறிய நிறை w இணைக்கப்பட்டுள்ள போது அத்தளமுகம் கிடையாக இருக்குமாறு அரைக்கோணம் எல்லை நாட்பத்தில் இருக்கின்றது. உராய்வுக்குணகம் μ எனின்

$\mu = \frac{w}{\sqrt{W(W+2w)}} = \tan\alpha$ எனக்காட்டுக.

4) a நீளமுள்ள சீர்கோலொன்று a ஆரையுள்ள நிலைத்த கரடான கோளப்பரப்பொன்றிற்குள் தன் ஒருமுனை அப்பரப்பின் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளியில் கிடக்க எல்லை சமநிலையில் இருக்கின்றது. உராய்வுக் குணகம் $\left(\sqrt{15}-\sqrt{12}\right)$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

5) சீரான கோல் ஒன்று கரடான பொட்கோளம் ஒன்றின் உள்ளே எல்லைச் சமநிலையில் இருக்கின்றது. அக்கோல் கோளமையத்தில் 2α எனும் கோணத்தை அமைக்கின்றது 8 உராய்வுக்கோணமாயின் கிடையுடன் கோலின் சாய்வு $\tan^{-1}\left\{\frac{\tan(\alpha+\lambda)-\tan(\alpha-\lambda)}{2}\right\}$ எனக் காட்டுக.

6) நிறை W வையும் நீளமும் 2a யையம் உடைய ஒரு சீர்க்கோல் AB அதன் முனை A ஒரு கரடான நிலைக்குத்து சுவருடன் தொடுகையில் இருக்க சமநிலையில் இருக்கின்றது மற்றைய முனை B யை A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே சுவரில் உள்ள ஒரு புள்ளி C யுடன் தொடுக்கும் சமநீளம் 2a யை உடைய இலேசான நீட்டமுடியாத இழை ஒன்றினால் தாங்கப்படுகின்றது. கோல் மேல்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் 2 விலே சாய்ந்திருக்கும் அதேவேளை அது சுவருக்கு செங்குத்தான நிலைக்குத்து தளம் ஒன்றிலே கிடக்கின்றது. இழையிலுள்ள இழுவையைக் கண்டு $\theta \geq Cot^{-1}\left(\frac{\mu}{3}\right)$ எனக் காட்டுக. இங்கு μ உராய்வுக் குணகம்.

7) ஒரு சீரானகோல் ஒரு கரடான கிடைத்தளத்தையும் கரடான நிலைக்குத்து சுவரையும் தொட்டவண்ணம் எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது. சுவர், தளம் இரண்டிலும் கோல் மீதான உராய்வுக் கோணம் 8 எனின் 2cot2=cot8 - tan8 எனக் காட்டுக. இங்கு 2 என்பது கோல் நிலைக்குத்துசுவருடன் ஆக்கும் கூர்ங்கோணமாகும். இதிலிருந்து 2 = 28 எனக்காட்டுக.

தொகுப்பு :- திரு.இ.கிருஷ்ணதாஸ், ஆசிரியர் - இணைந்தகணிதம், (யா/ அருணோதயக்கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு : திரு.ச.சசிஸ்குமார், ஆசிரியர் - தகவல் தொடர்பாடல் தொழினுட்பம், (யா/சாவகச்சேரி இந்துக் கல்லூரி)

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

8) நிறை w வையும் நீளம் 2a ஐயும் உடைய சீரான ஒரு கோல் AB, முனை A ஆனது கரடான கிடைத்தரை ஒன்றின் மீதும் முனை B ஆனது கரடான நிலைக்குத்து சுவர் ஒன்றுக்கு எதிரேயும் இருக்க கிடையுடன் ஒரு கோணம் α இல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இக்கோல் சுவருக்கு செங்குத்தான நிலைக்குத்து தளம் ஒன்றில் இருக்கிறது. A, B இரண்டிலும் உராய்வுக்குணகம் μ(<1) ஆகும். கோல் எல்லை நாப்பத்தில் இருக்குமெனில் $\tan\alpha = \dfrac{1-\mu^2}{2\mu}$ எனக்காட்டுக. கிடையுடன் கோலின் சாய்வு 2(α) ஆகவும் கோல் கீழ்நோக்கி நழுவுவதை மட்டுமட்டாகத் தடுக்கக்கூடிய திருப்பம் M உடைய இணை ஒன்று கோலினூடாக நிலைக்குத்துத் தளத்திற்கு பிரயோகிக்கப்பட்டும் இருப்பின் $(1+\mu^2)M = (1-2\mu\tan\theta-\mu^2)waCos\theta$ எனக்காட்டுக.

9) சீரான w நிறையுடைய ஏணியொன்று 4a உயரமுள்ள சுவருக்கு செங்குத்தாக நிலைக்குத்து தளத்திலே சமநிலையிலுள்ளது. ஏணியின் அடி கிடைத்தளத்திலே சுவரின் அடியில் இருந்து 3a தூரத்திலிருக்கும் படியும் ஏணியின் a நீளமான பகுதி சுவருக்கு அப்பால் நீட்டிக்கொண்டிருக்கும் படியும் ஏணியுள்ளது. நிலம் கரடாகவும் சுவரின் உச்சி ஒப்பமாகவும் உள்ளது ஏணிக்கும் சுவருக்கும் இடையிலுள்ள உராய்வுக்குணகம் μ ஆயின் $\mu \geq \dfrac{18}{49}$ எனநிறுவுக. w நிறையுடைய பையனொருவன் ஏணியில் ஏறுகிறான். ஏணியின் உச்சியை பையன் அடையும் போது ஏணி வழுக்கும் தறுவாயில் இருப்பின் $\mu = \dfrac{48}{89}$ எனக் காட்டுக.

10) ஒரு கரடான α சாய்வுடைய சாய்தளத்தின் மேல் ஒரு பொருளை மேல் நோக்கி இழுக்கத்தேவைப்படும் விசை, அதனை கீழ்நோக்கி விழாமல் தடுக்கத் தேவைப்படும் விசையைப் போல் n மடங்கு ஆக இருப்பின் $\tan\alpha = \mu\left(\dfrac{n+1}{n-1}\right)$ எனக்காட்டுக. இங்கு μ என்பது உராய்வுக்குணகம் ஆகும்.

11) நிறை 3w உம் ஆரை a உம் உடைய ஒரு சீரான அரைக்கோலம் அதன் தளமுகம் ஒருகரடான மேசை மீதுதங்க ஓய்வில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. OA என்பது 4a நீளமும் 2w நிறையும் உடைய ஒரு சீரானகோல் ஆகும். இக்கோலின் முனை O மேசையில் உள்ள ஒரு புள்ளிக்கு சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோலானது நிலைக்குத்துடன் α கோணத்தில் சாய்ந்து கோலிலுள்ள B எனும் புள்ளி அவ்வரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பின் மீது தொட்டுக்கொண்டிருக்க தொகுதி எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது கோலுக்கும் அரைக்கோளத்திற்கும் இடையிலான தொடுகை ஒப்பமானது. அரைக்கோளத்திற்கும் மேசைக்கும் இடையிலான உராய்வுக்குணகம் μ=1 எனின் $Cos\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right) = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

12) கிடையுடன் α சாய்வுடைய கரடான சாய்தளமொன்றில் கோளம் ஒன்று வைக்கப்பட்டுள்ளது. கோளத்தின் மையத்தையும் தளத்தின் அதியுயர் சரிவுக்கோடொன்றையும் கொண்ட தளத்திலே கோளத்தின் மேற்பரப்பிலுள்ள புள்ளி ஒன்றில் கோளத்திற்கு தொடலியாக ஒரு விசை பிரயோகிக்கப்படுகிறது.

விசையின் திசை கிடையுடன் \$ கோணத்தை ஆக்குகின்றது. (α ஒத்த அதேபோக்கில்)

உராய்வுக்குணகம் μ எனின் சமநிலைக்கு $\mu \geq \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha + \cos\beta}$ எனக்காட்டுக.

13) ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளமானது தன் வளைபரப்பு ஒரு கரடான கிடைமேசையைத் தொட்டவண்ணம் ஓய்வு நிலையிலுள்ளது. அதன் தள முகத்தின் விளிம்பில் இருக்கும் புள்ளி ஒன்றின் மேல் படிப்படியாக அதிகரிக்கும் p எனும் உதைப்பு ஒன்று தளமுகத்திற்கு செங்குத்தாக பிரயோ-கிக்கப்படுகின்றது. மேசைக்கும் அரைக்கோளத்திற்குமான உராய்வுக்குணகம் μ ஆகவும்

அரைக்கோளமானது நழுவ ஆரம்பிக்கையில் தளமுகம் கிடையுடன் α ($<90^0$) எனும் கோணம் ஆக்குவதாகவும் இருப்பின் $\mu\left\{Sin\alpha\left(Cos\alpha - \frac{8}{3}\right) + \frac{8}{3}\right\} = Sin^2\alpha$ எனக்காட்டுக.

14) நீளம் a யையும் நிறை W வையும் உடைய சீர்க்கோல் ஒன்று ஆரை a உடைய ஒரு நிலைத்த கரடான அரைக்கோளக் கிண்ணத்தினுள்ளே ஒரு நிலைக்குத்து தளத்தில் ஓய்வில் இருக்கின்றது. கோல்

கிடையுடன் 2 கோணத்தில் எல்லை நாப்பத்தில் இருக்கும் அதே வேளை உராய்வுக்குணகம் $\mu\left(<\sqrt{3}\right)$

ஆகும். கோலின் கீழ்முனையில் மறுதாக்கம் $\dfrac{WCos\theta}{\sqrt{3}-\mu}$ எனக்காட்டி மேல் முனையிலுள்ள

மறுதாக்கத்தை காண்க. இதிலிருந்து $\tan\theta = \dfrac{4\mu}{3-\mu^2}$ எனக்காட்டுக.

15) சீரான திண்ம அரைக்கோளமொன்று அதன் வளைபரப்பானது கரடான கிடைத்தளமொன்றையும் சமகரடான நிலைக்குத்து சுவர் ஒன்றையும் தொண்டுக் கொண்டிருக்க எல்லை சமநிலையில் உள்ளது. அரைக்கோளத்தின் அடியானது நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் மிகச்சிறிய கோணம் $\tan^{-1}\left(2\sqrt{2}\right)$ எனில் தொடுகைப் புள்ளிகள் இரண்டிலும் உள்ள உராய்வுக்கோணம் $\tan^{-1}\left\{\frac{\sqrt{23}-4}{7}\right\}$ எனக்காட்டுக.

16) 2a நீளமுள்ள ஓர் சீர்க்கோள் AB அதன் முனை A ஒரு கரடான நிலைக்குத்து சுவரைத் தொட்டவண்ணம் நிலைத்த ஒப்பமான முனை P இன் மீது ஓய்கின்றது. கோல் AB மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் 2 எனும் கூர்ங்கோணத்தை ஆக்குகின்றது. A இலிருந்து P இன் தூரம் x ஆகவும் கோலுக்கும்

சுவருக்குமிடையிலான உராய்வுக் குணகம் μ ஆகவும் இருக்க கோலின்முனை A கீழ்நோக்கி வழுக்கும்

தறுவாயிலிருப்பின் $(x-a)\tan^2\theta - \mu a\tan\theta + x = 0$ என நிறுவுக. $x = \dfrac{3a}{2}$ எனின்

$\mu > \sqrt{3}$ ஆயிருந்தாலன்றி எல்லைச் சமநிலைத்தானம் சாத்தியமில்லை என்பதை உய்த்தறிக.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

17) w நிறையடைய ஒரு சீர்வட்ட உருளை அதன் அச்சு கிடையாகவும் வளைபரப்பு நிலைக்குத்து சுவரொன்றை தொடுமாறும் ஓர் இழையால் தாங்கப்படுகின்றது. அவ்விழை உருளையில் அரைகுறையாக சுற்றப்பட்டும் அச்சுவருடன் கோணம் α ஐ ஆக்குமாறு சுவரில் உள்ள ஒரு புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. உராய்வுக்குணகம் Cosecα இலும் குறையலாகாது எனவும், சுவரின் மீதான செவ்வன் மறுதாக்கம் $w\tan\dfrac{\alpha}{2}$ எனவும் காட்டுக.

18) இரு சீர்க்கோல்கள் AB, BC என்பன சமநீளமும் W_1, W_2 நிறைகளும் உடையன. இவை B இல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு A, C ஒரு கரடான கிடைத்தளத்தில் தங்க AB, BC ஒரு நிலைக்குத்து தளத்தில் ஓய்வில் உள்ளன. ABC = 2Θ (W_1>W_2) A இலும் C இலும் உள்ள உராய்வுக் குணகங்கள் μ இற்கு சமமெனின் Θஅதிகரிக்கப்பட் வழுக்குதல் முதலில் C இல் ஏற்படுமெனக் காட்டி $\mu=\dfrac{(w1+w2)}{(w1+3w2)}\tan\alpha$ என நிறுவுக.

இங்கு α முதலில் வழுக்குதல் நடைபெறும்போதுள்ள Θஇன் பொறுமானம் ஆகும்.

19) இரண்டு சமமான சீரான ஏணிகள் ஒருமுனையில் மூடப்பட்டு, மற்றய முனைகள் ஒரு கரடான கிடைத்தளத்தின் மீது தாங்கும்படி நிற்கின்றன. அவ்வேணிகளுள் ஒன்றின் நிறைக்குச் சமமான நிறையடைய ஒரு மனிதன் அவ்வேணிகளுள் ஒன்றில் ஏறுகிறான் அப்போது மற்றைய ஏணி முதலில் வழுக்குமென நிறுவுக.

20) ஒரு சமபக்க முக்கோணி அதன் ஒரு பக்கம் கரடான கிடைத்தளமொன்றில் பொருந்துமாறு ஒரு நிலைக்குத்து தளத்தில் தங்கியிருக்கின்றது. படிப்படியாக அதிகரிக்கும் கிடைவிசை ஒன்று முக்கோணியின் அதியுயர் உச்சியின் மீது செயல்படுகின்றது. உராய்வுக் குணகம் $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ இலும் குறைவாக இருப்பின் முக்கோணி ஒருச்சரியமுன் வழுக்குமென நிறுவுக.

21) h உயரமும் r ஆரையுமுடைய ஒரு சீர் உருளை அதன் தட்டையான அடி ஒரு கரடான தளத்திற் பொருந்துமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. கிடையுடன் தளத்தின் சாய்வு படிப்படியாக கூட்டப்படுகின்றது $\dfrac{2r}{h}$ உராய்வுக்குணகத்திலும் குறைவாயின் உருளை வழுக்குமுன் கவுழுமெனக் காட்டுக.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

22) செவ்வட்டக் கூம்பொன்று அதனடி ஒரு கரடான சாய்தளத்தில் பொருந்துமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{4}$ ஆயின் கூம்பு ஒரே நேரத்தில் வழுக்கும் தறுவாயிலும், கவிழும் தறுவாயிலும் இருப்பின் கூம்பின் கோணம் $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{16}\right)$ எனக்காட்டுக.

23) உயரம் h உடைய சீர்த்திண்ம செவ்வட்டக்கூம்பு ஒன்றின் திணிவுமையம் அதன் அச்சின்மீது உச்சியில் இருந்து $\frac{3h}{4}$ இல் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக. அத்தகைய கூம்பொன்றின் அரை உச்சிக்கோணம் 15^0 ஆக இருக்கும் அதேவேளை அதன் அடி கரடான கிடைத்தரை ஒன்றின் மீதுள்ளது. அது அதன் உச்சியுடன் தொடுக்கப்பட்ட இலேசான நீட்டமுடியாத இழைஒன்றினால் ஒருபக்கத்திற்கு ஒருச்சரிக்கப்படுகின்றது. கூம்பின் அச்சினூடாகவுள்ள நிலைக்குத்து தளமொன்றிலே கிடையுடன் 45^0 கோணத்தை ஆக்கிக்கொண்டு இழை கீழ்நோக்கி இழுக்கப்படுகின்றது. தரையினதும் விளிம்பினதும் தொடுகைப்புள்ளிக்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உச்சி இருக்கும்போது கூம்பின் விளிம்பு தரையின் மீது நழுவும் தறுவாயில் இருக்கின்றது. இழையின் இழுவை T, செவ்வன் மறுதாக்கம், உராய்வுவிசை ஆகியவற்றை துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளை எழுதுக. இதிலிருந்து $T = \frac{3\sqrt{2}W}{16}$ எனவும். உராய்வுக்குணகம் $\frac{3}{19}$ எனவும் காட்டுக. இங்கு W பொருளின் நிறை.

24) ஒரு சீரான வட்டவளையம் ஒரு முரடான கிடைமுனைக்கு மேலாக தொங்குகின்றது. இவ்வளையமானது முனையின் ஊடான விட்டத்தின் மற்றைய நுனியில் பிரயோகிக்கப்படுவதும் வளையத்தின் நிலைக்குத்து தளத்தில் உள்ளதுமான ஒரு படிப்படியாக அதிகரிக்கும் கிடைவிசையால் இழுக்கப்படுகின்றது.

இவ்விட்டம் நிலைக்குத்டன் 2 கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கும் நழுவவில்லை என்றால் உராய்வு விசைக்கும் முனையில் உள்ள செவ்வன் மறுதாக்கத்திற்கும் இடையிலுள்ள விகிதம் $\frac{\tan\theta}{2+\tan\theta}$ எனக்காட்டுக.

25) ஒரு மெல்லிய சீரரைக்கோளக் கிண்ணம் அதன் வளைபரப்பு ஒரு கரடானகிடைத்தளத்தில் (உராய்வுக் குணகம் μ) பொருந்துமாறு தங்கியும் ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவரொன்றில் சாய்ந்திருக்கின்றது. கிண்ணம் நழுவும் தறுவாயில் இருப்பின் நிலைக்குத்துடன் கிண்ணத்தின் அச்சின் சாய்வு $Sin^{-1}(2\mu)$ எனநிறுவுக.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

26) ABCD எனும் சதுர அடர் ஆனது AB கரடான கிடைமேசை ஒன்றைத்தொட்டுக் கொண்டு நிலைக்குத்தளத்தில் ஒய்வில் இருக்கின்றது. உறுதியாக அதிகரிக்கும் கிடைவிசை ஒன்று அவ்வடரின் தளத்தில் C இல் பிரயோகிக்கப்பட்டால் அவ்வடருக்கும் மேசைக்கும் இடையிலுள்ள உராய்வுக்குணகம் $\mu \geq \frac{1}{2}$ என்பதற்கேற்ப சமமநிலை கவிழுவதால் Or வழுக்குவதால் குழப்பப்படும் எனக்காட்டுக.

26) நீளம் 2a யையும் நிறை W வையும் ஓர் சீரான ஏணி AB ஆனது அதன் ஒரு முனை A ஒரு கரடான கிடைத்தரையின் மீதும் மற்றய முனை B ஒரு கரடான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கு எதிரேயம் இருக்க ஒய்வில் உள்ளது. இங்கு μ ஆனது ஏணியின் இருமுனைகளிலும் உள்ள உராய்வுக்குணகம் ஆகும். ஏணி தரையுடன் கோணம் 45^0 இல் சாய்ந்துள்ள நிறை W வை உடைய சிறிய பூனை ஒன்று A இலிருந்து தொடங்கி ஏணி வழியே மெதுவாக ஏறுகின்றது. ஏணியின் நாப்ப எல்லைத்தானத்தில் பூனை ஏணி வழியே $\frac{a}{n\left(1+\mu^2\right)}\left\{\mu^2(1+2n)+2\mu(1+n)-1\right\}$ தூரம் ஏறியுள்ளது எனக்காட்டுக. மேலும் $\mu = \frac{1}{2}$ எனத்தரப்படும் போது எனின் $n < \frac{1}{4}$ ஏணி நழுவ முன்பாக பூனை ஏணியின் உச்சியை அடையளாமெனக் காட்டுக எனின் $n = \frac{1}{4}$ என்ன நடைபெறும்.

***

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk