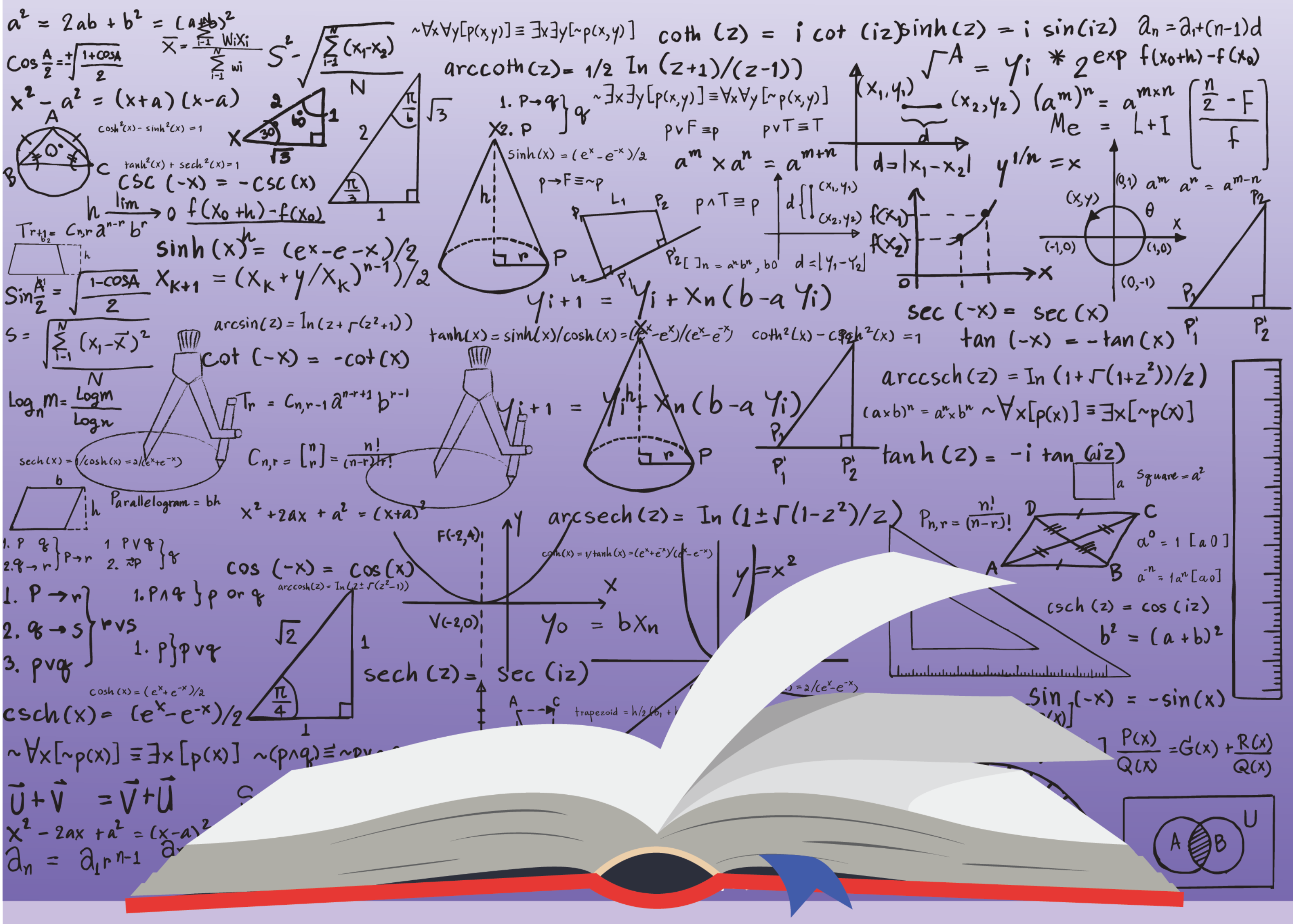
இணைந்த கணிதம்

உராய்வு

உதாரணம்



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

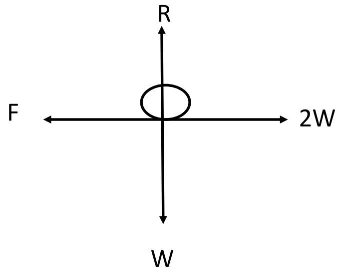
The National e-learning Portal for The General Education

உதாரணம் :- 1

(1) W நிறையுடைய ஓர் துணிக்கை ஓர் கரடான கிடைத்தரையில் வைக்கப்பட்டு துணிக்கைக்கு மேசையின் தளத்தின் வழியே 2W விசை பிரயோகிக்கப்படும் போது துணிக்கை எல்லைச்சமனிலையை அடைகிறது எனில் துணிக்கைக்கும் தரைக்குமிடையிலான உராய்வுக்குணகம் யாது?

(i) இப்பிரச்சனை கிடைத்தரையில் வைக்கப்பட்டு துணிக்கைக்கு கிடைத்தரை வழியே விசையை பிரயோ-கிக்கும் போதான சமநிலை பிரச்சனையை குறிக்கின்றது

(ii)



துணிக்கையின் சமநிலை கருதப்படுகிறது

(i) நிறை W

(ii) இழுவிசை 2W

(iii) செவ்வன் மறுதாக்கம் R

(iv) உராய்வுவிசை F

எல்லை சமநிலையில்

(iii) தெரியாக் கணியங்கள் R.F அத்துடன் வினாவில் கேட்கப்பட்ட உராய்வு குணகம் μ மூன்று சமன்பாடுகள் பெறப்பட வேண்டும்

துணிக்கையின் சமநிலைக்கு திருப்பம் பிரயோகிக்க முடியாது

துணிப்பதன் மூலம் இருசமன்பாடுகளும் எல்லைச்சமனிலையில் F,R இடையிலான தொடர்பு மூன்றாவது சமன்பாடும் ஆகும்

சமநிலைக்கு

(1) $\leftarrow$ $F - 2W = 0$

$F = 2W$

(2) $\uparrow$ $R - W = 0$

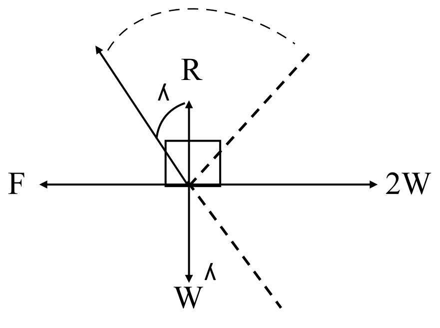
$R = W$

(3) எல்லைச்சமநிலை $\frac{F}{R} = \mu$

$\frac{2W}{W} = \mu$ $\qquad \mu = 2$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

வேறு முறை



எல்லைச்சமனிலையில்

எல்லைச்சமனிலையில் இருப்பதால் R,F ன் விளையுள் மறுதாக்கம் W,2W இன் விளையுளுக்கு சமனும் எதிருமாக இருத்தல் வேண்டும்

$\tan \lambda = \frac{2w}{w}$

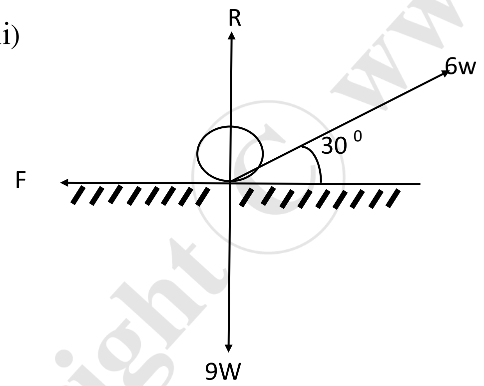
$\mu = 2$

உதாரணம் 02

9w நிறையையடைய ஒரு துணிக்கை ஒரு கரடான மேசை வைக்கப்பட்டு துணிக்கைக்கு கிடையுடன் 30 பாகை கோணத்தில் மேல்நோக்கி 6W பருமனுடைய விசை பிரயோகிக்கப்படும் போது துணிக்கை எல்லைச்சமநிலையை அடையின் துணிக்கைக்கும் மேசைக்கும் இடையிலான உராய்வுக்குணகத்தை காண்க

(i) இங்கு கரடான கிடைமேசை மீது ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் விசை பிரயோகிக்கப்படும்போது துணிக்கையில் எல்லைச்சமனிலை தொடர்பில் ஆராயப்படுகின்றது

(ii)



துணிக்கையின் சமனிலையை கருதின் துணிக்கையில் தாக்கும் விசைகள்

(1) நிறை 9W நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி

(2) இழுவிசை 6W கிடையுடன் 30^0 திசையில்

(3) செவ்வன் மறுதாக்கம் R நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி

(4) உராய்வுவிசை F மேசைவழியே இயங்க எத்தனிக்கும் திசைக்கு எதிர் திசையில்

(iii) தெரியாக்கணியங்கள் F,R, μ (உராய்வுக்குணகம்)

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

(iv) மூன்று சமன்பாடுகள் பெறலாம்

ஒரு புள்ளியில் தாக்கும் விசைகள் ஆதலால் திருப்பத்தை பயன்படுத்த இயலாது

விசைக்கணிப்பு , $\frac{F}{R} = \mu$ ஐ பாவிப்பதன் மூலம் மூன்று சமன்பாடுகளை பெறலாம்

$\leftarrow$ $F = 6W\cos 30 = 0$

$f = 3\sqrt{3w} \longrightarrow (1)$

$\uparrow$ $R + 6W\sin 30 - 9w = 0$

$R = 6W \longrightarrow (2)$

$$\frac{F}{R} = \mu$$

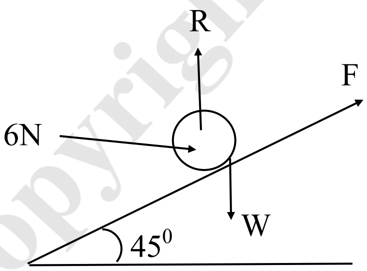
$$\mu = 3\sqrt{3w}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

உதாரணம் 03

கிடையுடன் 45^0 சாய்வில் உள்ள ஓர் கரடான சாய்தளம் ஒன்றில் W நிறையுடய துணிக்கை ஒன்று வைக்கப்பட்டு உள்ளது துணிக்கை கீழ் நோக்கி இயங்குவதை துணிக்கையில் பிரயோகிக்கப்படும் 6N கிடைவிசை மட்டுமட்டாக தடுக்கிறது துணிக்கைக்கும் தளத்துக்குமிடையிலான உராய்வுக்குணகம் 1/3 துணிக்கையின் நிறையை காண்க?

கரடான சாய்தளம் ஒன்றில் கீழ் நோக்கி இயங்க எத்தனிக்கும் துணிக்கையின் சமநிலை தொடர்பான பிரச்சினை மேலே தரப்பட்டுள்ளது



கீழ்நோக்கி வழுக்க எத்தனிப்பதால் உராய்வு விசை மேல் நோக்கி தாக்கும். எனவே துணிக்கை எல்லைச்சமனிலை உண்டு

(i) கிடைவிசை 6N

(ii) செவ்வன் மறுதாக்கம் R

(iii) உராய்வு விசை F

(iv) நிறை W

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

3 சமன்பாடுகள் பெறப்பட வேண்டும் இரு திசைகளில் துணிப்பும் $\frac{F}{R}=\mu$ என்பதனையும் பெறப்பட வேண்டும்

$$F - W\cos 45^0 = 0$$

$$F = \frac{1}{\sqrt{2}}(W-6) \longrightarrow (1)$$

$$R - 6\cos 45^0 - W\sin 45^0 = 0$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{2}}(6+W) \longrightarrow (2)$$

$$\frac{F}{R} = \frac{1}{3} \longrightarrow (3)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = (3) \longrightarrow \frac{W-6}{W+6} = \frac{1}{3}$$

$$3W - 18 = W + 6$$

$$W = 12N$$

குறிப்பு

மேலே வினாவில் இரு திசைகளில் துணிக்கும் போது கிடை நிலைக்குத்தாக விசையின் கூறுகள் துணிக்கப்படாது. சாய்தளத்துக்கு செங்குத்தாகவும் துணிக்கப்பட்டுள்ளதை அவதானித்திருப்பீர்கள். கிடை நிலைக்குத்தாக துணித்திருப்பின் இரு சமன்பாடுகளிலும் R,F காணப்படும் பின் அச்சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து R,F காண வேண்டும் அவ்வாறும் தீர்க்கலாம்

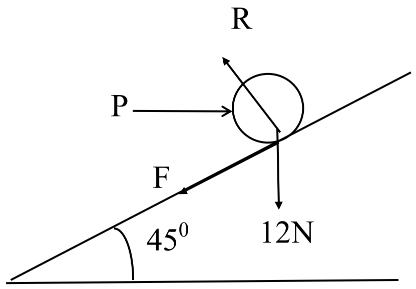
ஆனால் சாய்தளம், சாய்தளத்தின் வழியே தீர்க்கும்போது F,R தனித்தனியாக இருப்பதால் பிரச்சினையை இலகுவாகத்தீர்க்கலாம்.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 04

உதாரணம் 3 ல் அதே துணிக்கைக்கு கிடை விசை 6N ற்கு பதிலாக அதிகரித்த விசை P ஐ பிரயோ-கிக்கும்போது துணிக்கை மேல்நோக்கி இயங்கும் தறுவாயில் இருப்பின் விசை P ஐ காண்க



எல்லைச் சமநிலை

சமநிலைக்கு

$$P\cos 45^0 - F - 12\cos 45^0 = 0$$

$$F = (P-12)\cos 45^0 \longrightarrow (1)$$

$$R - P\cos 45^0 - 12\cos 45^0$$

$$R = (p+12)\cos 45^0 \longrightarrow (2)$$

எல்லைச்சமநிலையில்

$$\frac{F}{R} = \mu$$

$$\frac{F}{R} = \frac{1}{3}$$

$$(1) \div (2); (3) \longrightarrow \frac{p-12}{p+12} = \frac{1}{3}$$

$$3p - 36 = p + 12$$

$$p = 24N$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

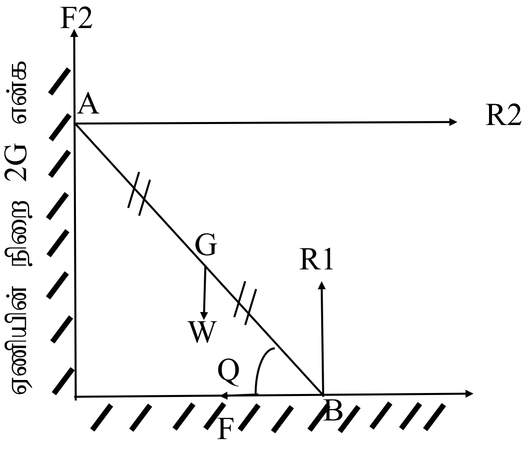
உதாரணம் 05

W நிறையையுடைய சீரான ஏணி ஒன்றின் ஒருமுனை கரடான நிலைக்குத்து சுவர் ஒன்றை தொட்டுக்கொண்டும் மறு முனை கரடான கிடைத்தரையை தொட்டவாறும் எல்லைச்சமநிலையில் இருப்பின் ஏணி கிடைத்தரையுடன் சாய்ந்துள்ள கோணம் $\tan^{-1}(\frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1})$ எனக்காட்டுக

இங்கு μ_1 ஏணிக்கும் தரைக்கும் இடையிலான உராய்வுக்குணகம்

μ_2 ஏணிக்கும் சுவருக்கும் இடையிலான உராய்வுக்குணகம்

மேலே உள்ள பிரச்சினை சீரான ஏணி, கரடான கிடைத்தரை, நிலைக்குத்து சுவரைத்தொட்டுக்கொண்டு சமனிலையிருத்தல் ஏணி கிடையுடன் ஆக்கும் சாய்வு



எல்லைச்சமநிலை

A,B ஏணி ஆகும்.

தாக்கும் விசைகள்

(i) நிறை W

(ii) செவ்வன் மறுதாக்கம் R_1, R_2

(iii) உராய்வு விசைகள் F_1. F_2

தெரியாக்கணியங்கள் 5 ஆகும் R_1, R_2, F_1, F_2, Q ஐந்து சமன்பாடுகள் பெறப்பட வேண்டும் அச்சமன்பாடுகள் பின்வரும் வழிகளில் பெறப்படலாம்

(1) இருதிசைகளில் துணிப்பதன் மூலம் இரு சமன்பாடு

(2) எல்லை சமநிலையில் இருப்பதற்கான நிபந்தனைகள் மூலம் இருசமன்பாடுகள்

$$\frac{F_1}{R_1} = \mu_1 \qquad \frac{F_2}{R_2} = \mu_2$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

(3) விறைப்பான உடல் ஆதலால் விசைத்தொகுதியின் தளத்தின் எந்த புள்ளி பற்றிய திருப்பமும் பூச்சியமும் என்பதை பயன்படுத்தி தேவையான சமன்பாடுகளை பெறலாம்

$$\longrightarrow R_2 = F_1 \longrightarrow (1)$$

$$F_2 + R_1 = W \longrightarrow (2)$$

$$\frac{F_1}{R_1} = \mu_1 \longrightarrow (3)$$

$$\frac{F_2}{R_2} = \mu_2 \longrightarrow (4)$$

$$F_2 + R_1 = W$$
$$\mu_2 R_2 + R_1 = W$$
$$\mu_2 F_1 + R_1 = W$$
$$\mu_1 \mu_2 R_1 + R_2 = W$$

$$R_1 = \frac{W}{1+\mu_1\mu_2}$$

$$F_1 = \frac{\mu_1 W}{1+\mu_1\mu_2}$$

$$R_2 = \frac{\mu_1 W}{1+\mu_1\mu_2}$$

$$F_2 = \frac{\mu_1\mu_2 W}{1+\mu_1\mu_2}$$

θ காண்பதற்கு

$$W\cos\theta a - R_1\cos\theta 2a + F_1\sin\theta 2a = 0$$

$$2F_1\sin\theta = (2R_1 - W)\cos\theta$$

$$\tan\theta = \frac{2R_1 - W}{2F_1}$$

$$= \frac{\frac{2W}{1+\mu_1\mu_2} - W}{\frac{2\mu_1 W}{1+\mu_1\mu_2}}$$

$$= \frac{W(1-\mu_1\mu_2)}{2W\mu_1}$$

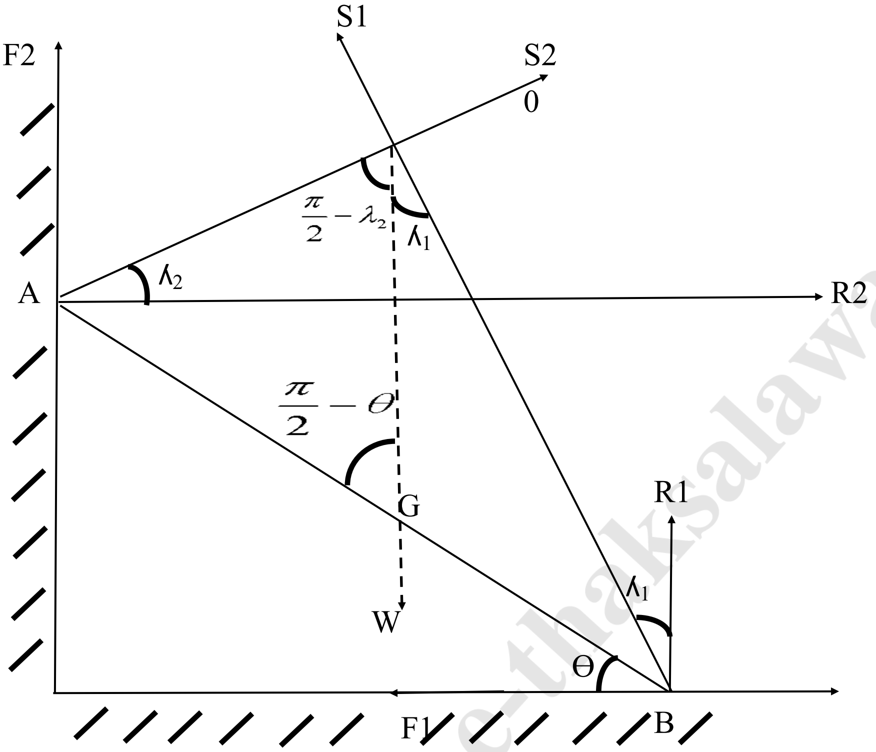
$$= \frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{(1-\mu_1\mu_2)}{2\mu_1}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

முறை II

உதாரணம் 5 இல் உராய்வு விசைகளோ அல்லது செவ்வன் மறுதாக்கங்களோ கேட்கவில்லை ஏணி கிடையுடன் ஆக்கும் சாய்வு (கோணம்) கேட்கப்பட்டுள்ளதால் cot விதி மூலம் இவ்வினாவை அணுகலாம்



$W,(F_1,R_1)$ இன் விளையுள் S_1 ஆனது 0 ல் சந்திப்பின் மூன்றாவது விசை $S_2(E_2,R_2)$ இன் விளையுள் 0 இனூடு செல்லவேண்டும்

முக்கோணி OAB இன் cot விதிப்படி

$$2\cot(\frac{\pi}{2}-\theta)=\cot\lambda_1-\cot(\frac{\pi}{2}-\lambda_2)$$

$$2\tan\theta=\frac{1}{\mu_1}-\tan\lambda_2$$

$$2\tan\theta=\frac{1}{\mu_1}-\mu_2$$

$$\tan\theta=\frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$$

$$\theta=\tan^{-1}(\frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1})$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk