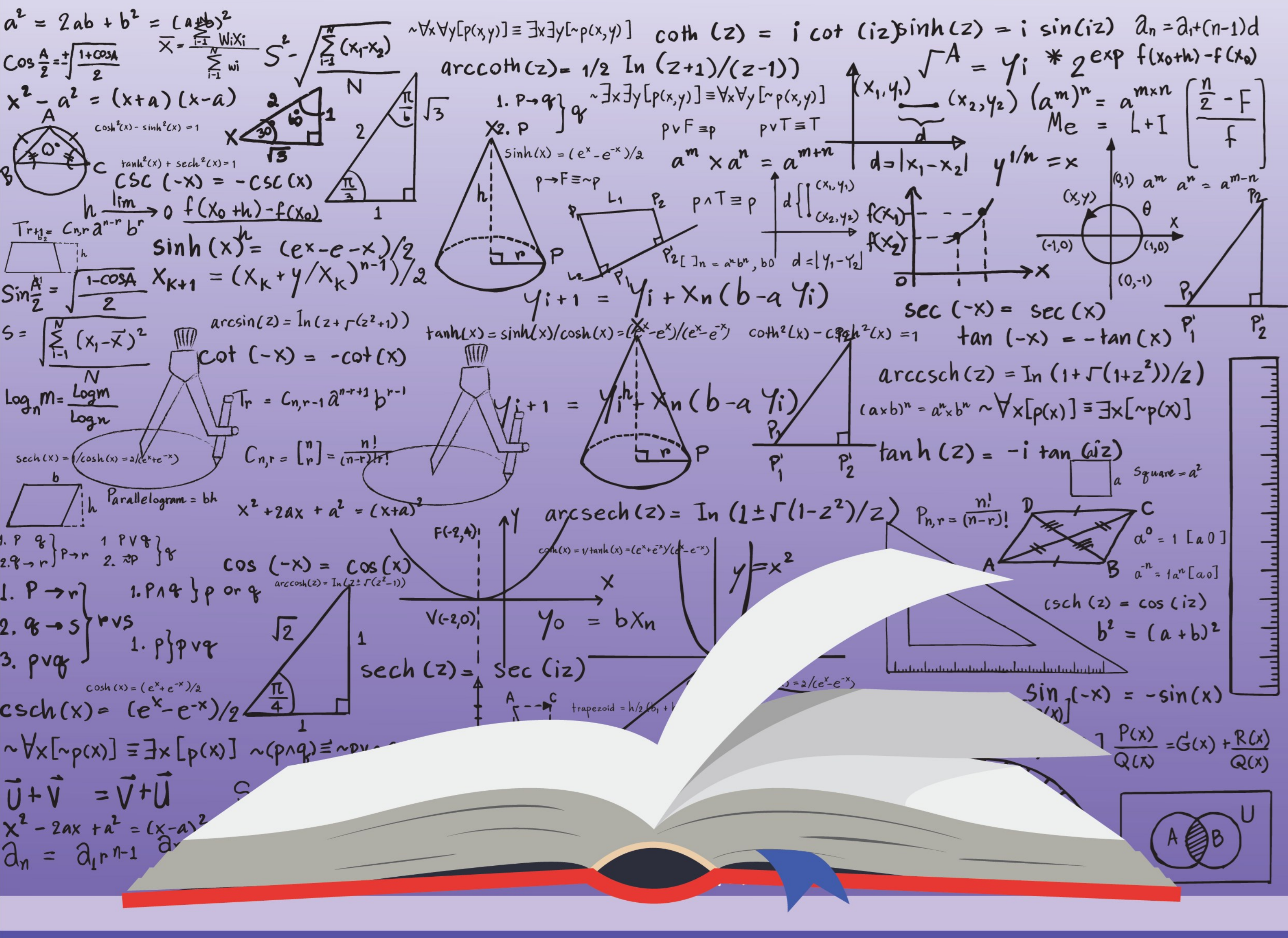
இணைந்த கணிதம்

மூன்று ஒரு தள விசைகளின் சமநிலை

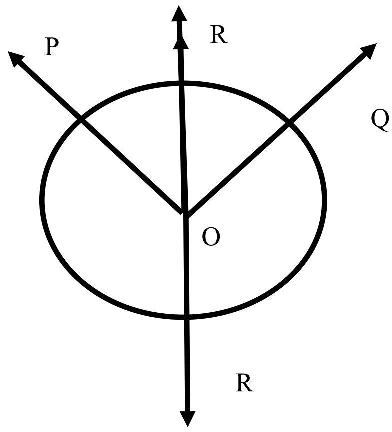


Start Your Learning Journey with e-thaksalawa
The National e-learning Portal for The General Education

தேற்றம் :

மூன்று சமாந்தரமற்ற ஒரு தளவிசைகளின் தாக்கத்தின் கீழ் ஒரு விறைப்பான பொருள் சமநிலையில் இருப்பின் இவ் விசைகளின் தாக்ககோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும்

நிறுவல் :



மூன்று விசைகளும் சமந்தரமில்லாதவை எனின் விசைகளை P,Q,R என்க. P உம் Q உம் சமாந்தரமில்லாதவை என்பதால் அவை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்க வேண்டும் . அவை சந்திக்கும் புள்ளி O எனவும் அவற்றின் விளையுள் R_o எனவும் கொள்க P,Q,R சமநிலையில் இருப்பதால் விசைகள் R உம் R_o உம் சமநிலையில் இருக்கும் எனவே R உம் R_o உம் பருமனில் சமனாகவும் திசைகளில் எதிராகவும் ஒரே தாக்க கோட்டிலும் இருத்தல் வேண்டும் எனவே R உம் O வினூடு செல்லும் .

ஆகவே மூன்று விசைகளும் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும்

பிரச்சனை

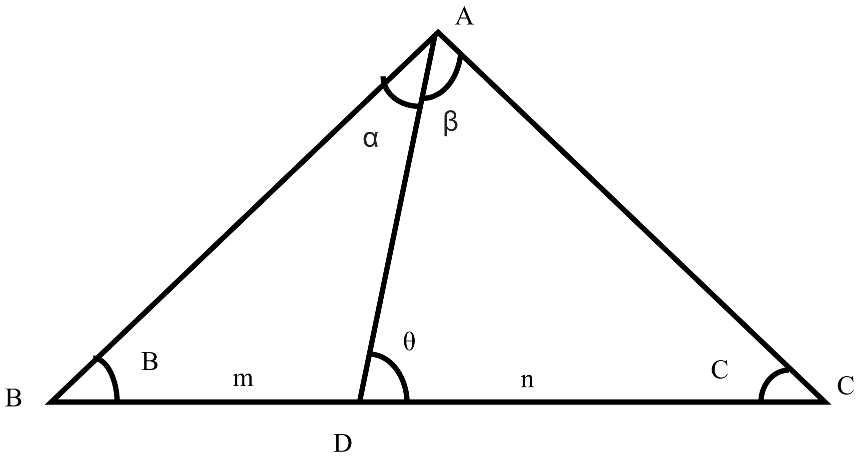
தீர்ப்பதற்கு பின்வரும் முறைகள் பயன்படுத்தப்படலாம்

1. ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு திசைகளில் விசைகளை பிரித்தல்
2. புள்ளி ஒன்று பற்றி திருப்பம் எடுத்தல்
3. விசை முக்கோணி
4. இலாமியின் தேற்றம்
5. திரிகோண கணித வாய்ப்பாடு (சைன் கோசயின் விதிகள்)
6. கேத்திர கணித முடிவுகள்

   பைதகரஸ் தேற்றம்
   அப்பலோனியஸ் தேற்றம்

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

(m+n) cot தேற்றம் :

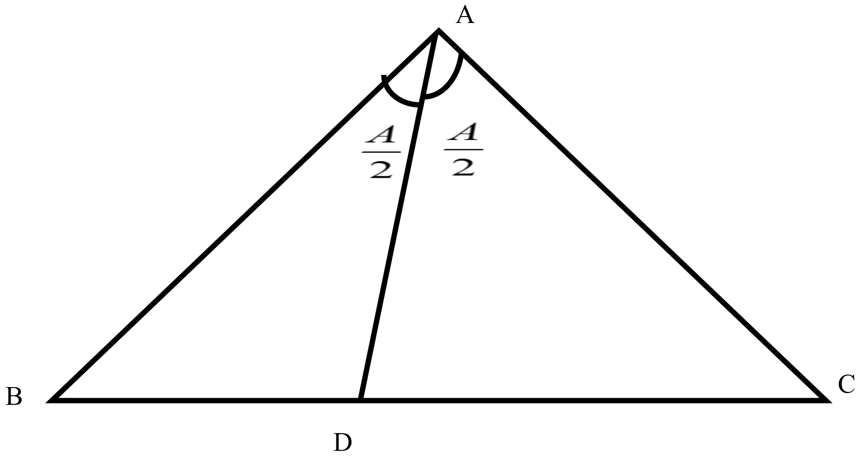


BD : DC = m : n என்க

$(m+n)\ \text{Cot}\theta = m\ \text{Cot}\alpha - n\ \text{Cot}\ \beta$

$(m+n)\ \text{Cot}\theta = n\ \text{Cot}B - m\ \text{Cot}\ C$

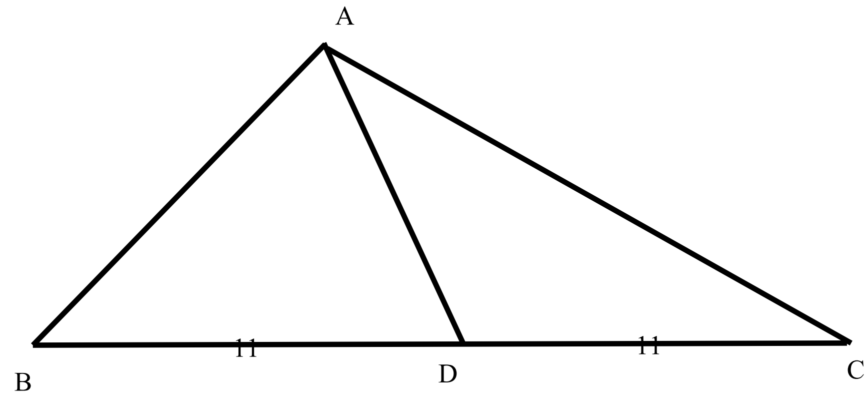
உள்ளிரு கூறாக்கித் தேற்றம்



$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ ஆகும்

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

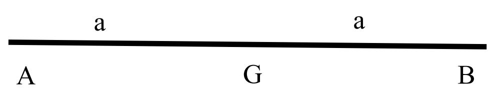
அப்பலோனியஸ் தேற்றம்



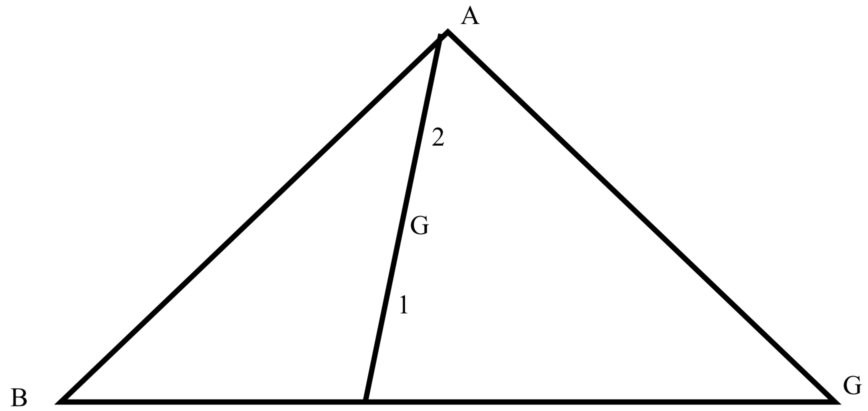
$AB^2 + AC^2 = 2\{AD^2 + BD^2\}$

புவியீர்ப்பு மையம்

சீரான கோல்

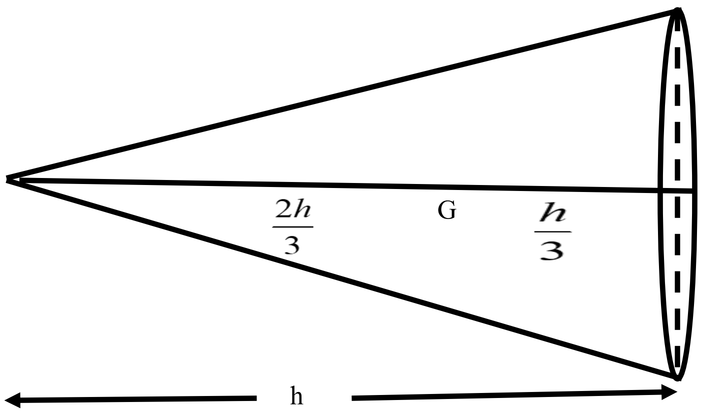


சீரான முக்கோண அடர்

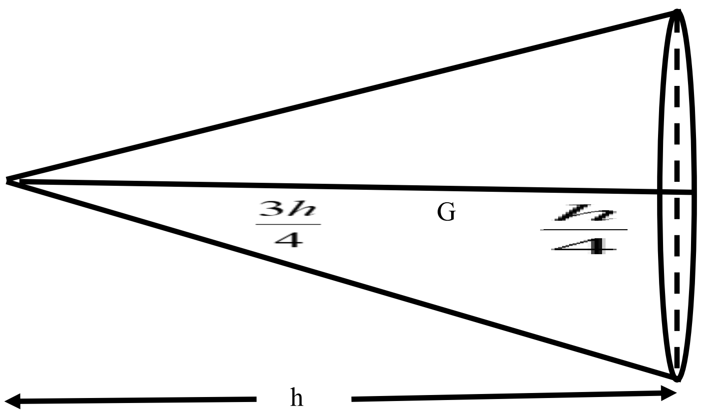


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

பொட் கூம்பு

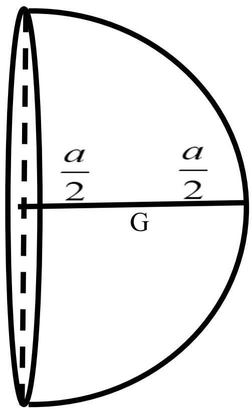


திண்மக் கூம்பு

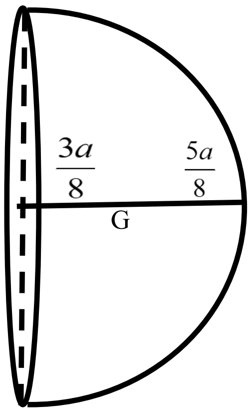


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

பொள்ளரைக்கோளம்

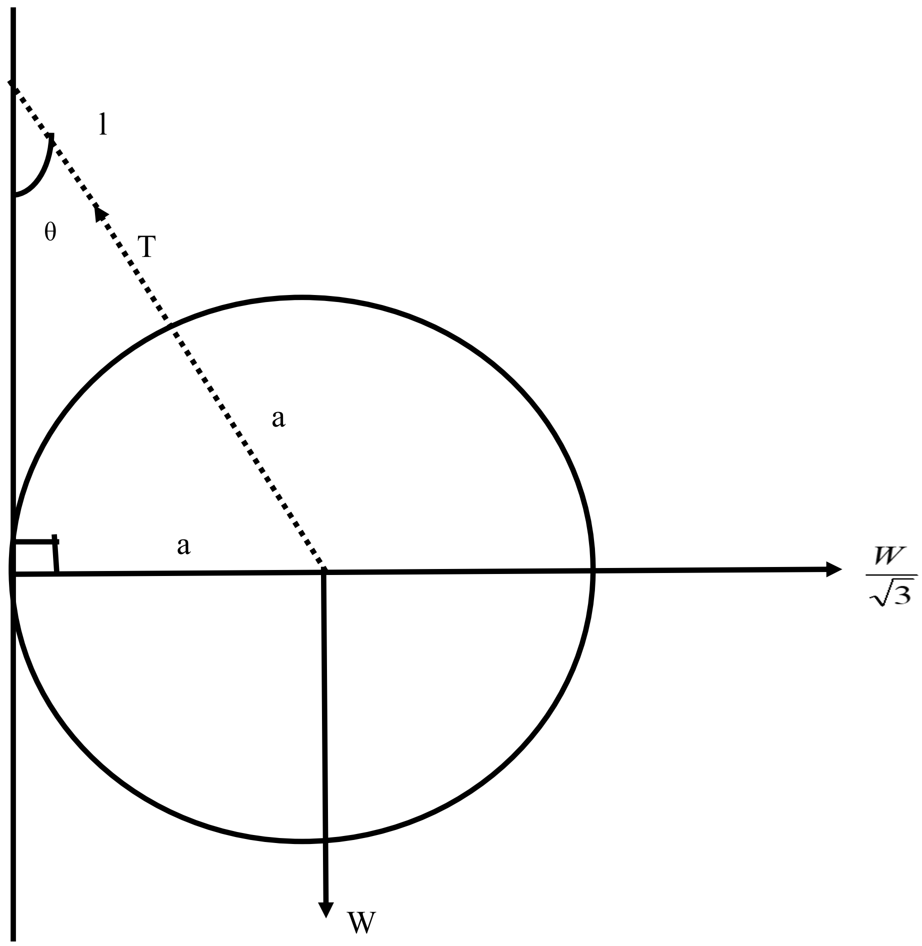


திண்ம அரைக்கோளம்



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

a ஆரையுடைய ஒப்பமான கோள மேற்பரப்பில் கட்டப்பட்ட இழையின் மறுமுனை ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவருக்கு கட்டப்பட்டு கோளம் சுவரை தொட்ட வண்ணம் சமநிலையிலுள்ளது கோளத்தின் மீது சுவரின் மறுத்தாக்கம் கோளத்தின் நிறையின் $\frac{1}{\sqrt{3}}$ மடங்கெனின் இழையின் சுவருடனான சாய்வு $\frac{\pi}{6}$ எனக்காட்டி இழையின் நீளத்தைக் காண்க



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

கோளத்தின் சமநிலைக்கு

↑ $T\cos\theta - W = 0$

$T\cos\theta = W \longrightarrow (1)$

← $T\sin\theta - \frac{W}{\sqrt{3}} = 0$

$T\sin\theta = \frac{W}{\sqrt{3}} \longrightarrow (2)$

$\frac{(2)}{(1)}$ $T\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\theta = \frac{\pi}{6}$

$\sin\theta = \frac{a}{a+1}$

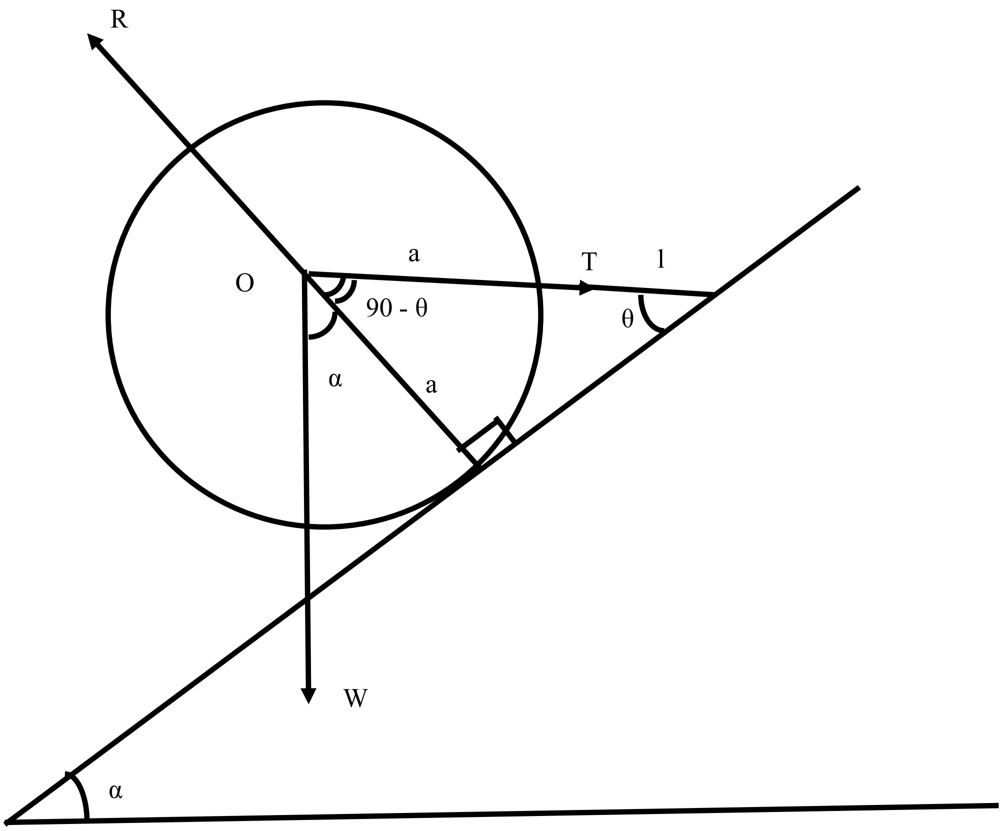
$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{a}{a+1}$

$\frac{1}{2} = \frac{a}{a+1}$

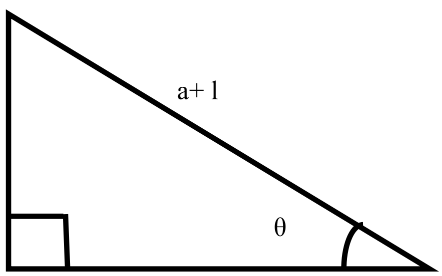
$1 = a$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

ஆரை a உம் நிறை w உடைய சீரான கோளம் ஒன்று கிடையுடன் கோணம் α ,ல் சாய்ந்த நிலைத்த ஒப்பமான தளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டு கோள மேற்பரப்பில் உள்ள புள்ளி ஒன்றுடன் ஒரு நுனியும் , தளத்திலுள்ள புள்ளி ஒன்றுடன் மற்றைய நுனியும் இணைக்கப்பட்ட நீளம் l ஐ இலேசான நீளா இழை ஒன்றினால் தாங்கப்பட்டு ஓய்வில் உள்ளது இழை தளத்துடன் ஆகும் கோணம் θ எனின் Sin θ ஐ காண்க . இழை யிலுள்ள இழுவை $\frac{w(l+a)\sin\alpha}{\sqrt{l^2+2al}}$ எனவும் காட்டுக

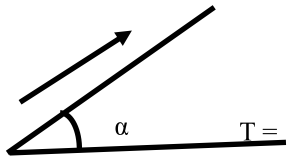


Sin θ = $\frac{a}{a+l}$



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

கோளத்தின் சமநிலைக்கு



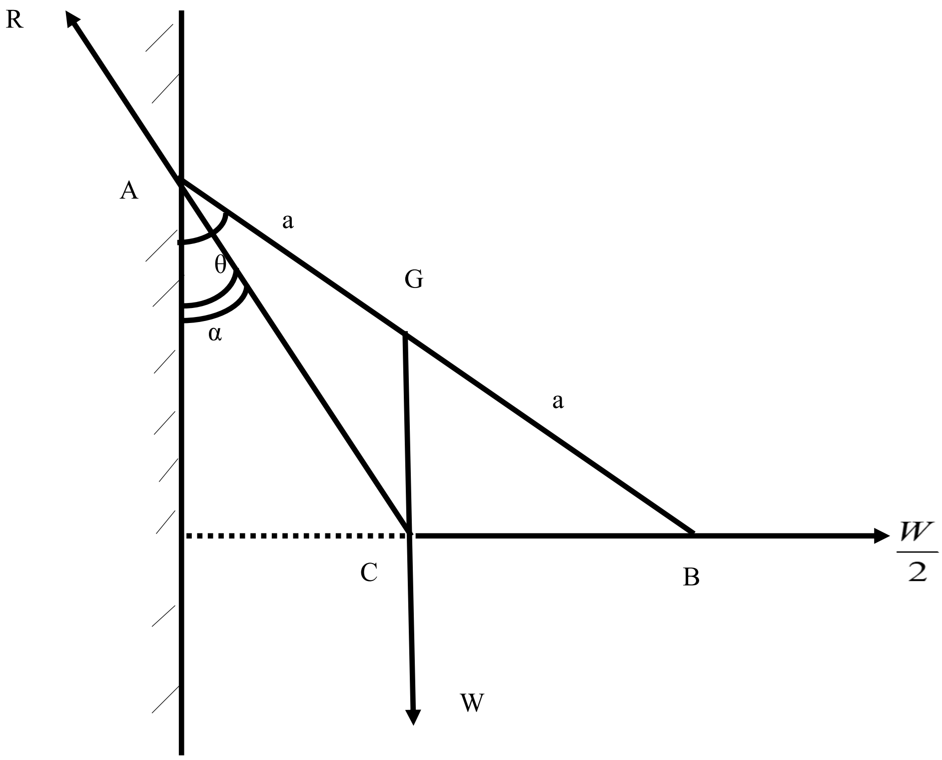
T Cos θ = W Sin α = 0

$$T = \frac{W Sin\alpha}{Cos\theta} = \frac{W Sin\alpha}{\left(\frac{\sqrt{l^2 + 2al}}{a+l}\right)}$$

$$T = \frac{W(a+l)Sin\alpha}{\sqrt{l^2 + 2al}}$$

உ + ம்

W நிறையுடைய சீரான கோல் AB, A இல் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது B்I இல் பிரயோகிக்கப்படும் ஒரு கிடை $\frac{W}{2}$ விசை இனால் இக்கோல் ஒரு பக்கத்திற்கு இழுக்கப்படுகிறது சமநிலையில் நிலைகுத்துடன் கோலின் சாய்வையும் A யிலுள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க .



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

கோலின் சமநிலைக்கு

$A \curvearrowleft = 0$

$$\frac{W}{2}(2a\cos\theta) - W(a\sin\theta) = 0$$

$$\tan\theta = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

கோலின் சமநிலைக்கு

$$\rightarrow$$

$$\frac{W}{2} - R\sin\alpha = 0 \rightarrow (1)$$

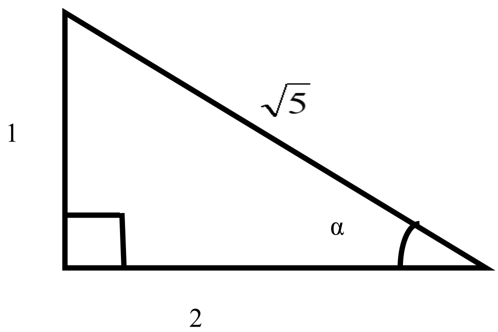
$$R\sin\alpha = \frac{W}{2}$$

$$\uparrow R\cos\alpha - W = 0$$

$$R\cos\alpha = W \rightarrow (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{2}$$

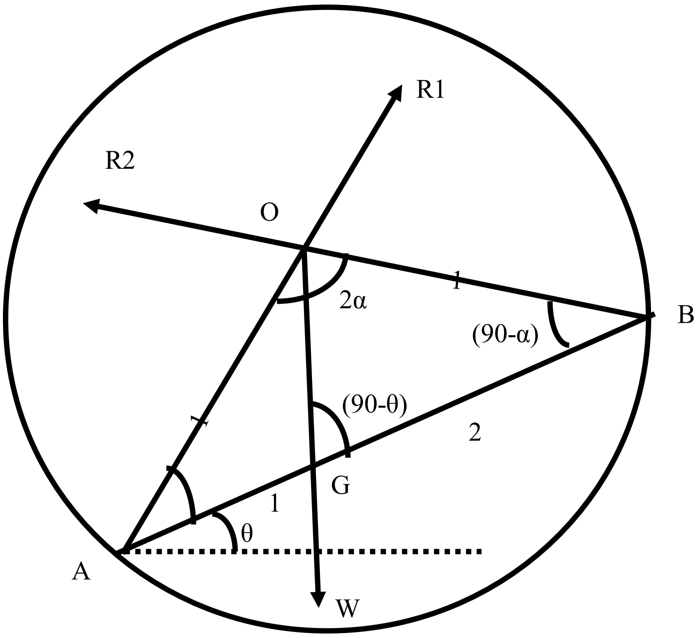
$$R = \frac{\frac{W}{2}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}W}{2}$$



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உ + ம்

W நிறையுடைய கோல் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் அதன் நீளத்தை 2:1 எனும் விகிதத்தில் பிரிக்கிறது இக்கோல் ஒப்பமான பொட்கோளம் ஒன்றின் உட்ப்புறத்தில் சமநிலையிலுள்ளது கிடையுடன் θ கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளது இக்கோல் கோளத்தின் மையத்தில் 2α $\tan\theta = \frac{1}{3}\tan\alpha$ கோணத்தை அமைக்கிறது எனக்காட்டுக



Δ

Δ

$$(1+2)\text{Cot}(90-\theta) = 2\text{Cot}(90-\alpha) - 1\text{Cot}(90-\alpha)$$

$$3\tan\theta = 2\tan\alpha - 1\tan\alpha$$

$$\tan\theta = \frac{1}{3}\tan\alpha$$

ABO இல்

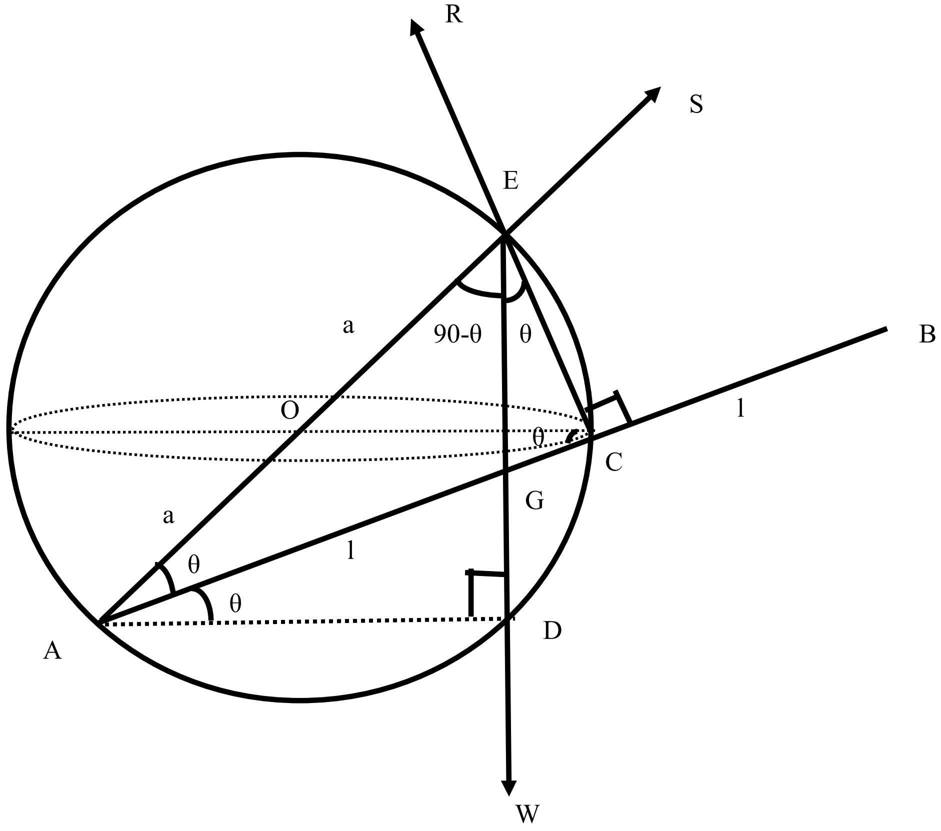
$AG : GB = 1 : 2$

ABO இல் (m + n) Cot தேற்றப்படி

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உ + ம்

ஆரை a உடைய ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான அரைக்கோளக் கிண்ணம் அதன் விளிம்பு மேலேயும் கிடையாகவும் இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்படுள்ளது நிறை w வையும் நீளம் 2l(72a) ஐயும் உடைய ஒரு ஒப்பமான சீர்கோல் AB அதன் முனை A கிண்ணத்தின் உள் மேற்பரப்பிலும் அதன் ஒரு புள்ளி C விளிம்புடன் தொடுகையிலும் இருக்குமாறு ஓய்வில் இருக்கிறது. கோலின் மீது தாக்கும் விசைகளைக் காட்டுக A பற்றி திருப்பம் எடுப்பதன் மூலம் C யிலே மறுதாக்கம் R இன் பருமன் $\frac{wl}{2a}$ எனக்காட்டுக. அத்தோடு R இற்கும் W இற்கும் இடையே வேறு ஒரு தொடர்பை பெறுக . இதிலிருந்து CB இன் நீளம் $\frac{1}{4}(7l-\sqrt{l^2+32a^2})$ எனவும் காட்டுக.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

கோலின் சமநிலைக்கு

$A \curvearrowleft$

$$R(2aCos\theta) - W(lCos\theta) = 0$$
$$2aR = Wl$$
$$R = \frac{Wl}{2a} \rightarrow (1)$$

கோலின் சமநிலைக்கு இலாமியின் தேற்றப்படி

$$\frac{R}{Sin(90+2\theta)} = \frac{W}{Sin(90-\theta)}$$
$$\frac{R}{Cos2\theta} = \frac{W}{Cos\theta}$$
$$R = \frac{WCos2\theta}{Cos\theta} \rightarrow (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow$$
$$\frac{Wl}{2a} = \frac{WCos2\theta}{Cos\theta}$$
$$2aCos2\theta = lCos\theta$$
$$2a\left\{2Cos^2\theta - 1\right\} = lCos\theta$$
$$4a\,Cos^2\theta - lCos\theta - 2a = 0$$

இது $Cos\theta$ **இல் ஓர் இருபடிச்சமன்பாடாகும்**

$$Cos\theta = \frac{1 \pm \sqrt{(-l)^2 - 4(4a)(-2a)}}{2 \times 4a}$$
$$Cos\theta = \frac{1 \pm \sqrt{l^2 - 32a^2}}{8a}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Cosθ > 0 ஆதலால் $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$

$$Cos\theta = \frac{l + \sqrt{l^2 + 32a^2}}{8a}$$

$$AC = 2aCos\theta$$

$$CB = AB - AC$$
$$= 2l - 2aCos\theta$$
$$= 2l - 2a\left\{\frac{l + \sqrt{l^2 + 32a^2}}{8a}\right\}$$
$$= 2l - \left\{\frac{l + \sqrt{l^2 + 32a^2}}{4}\right\}$$
$$= \frac{1}{4}\left\{7l - \sqrt{l^2 + 32a^2}\right\}$$

Method 2

Δ ADE இல்

AD = 2a COS 2θ

Δ ADG இல்

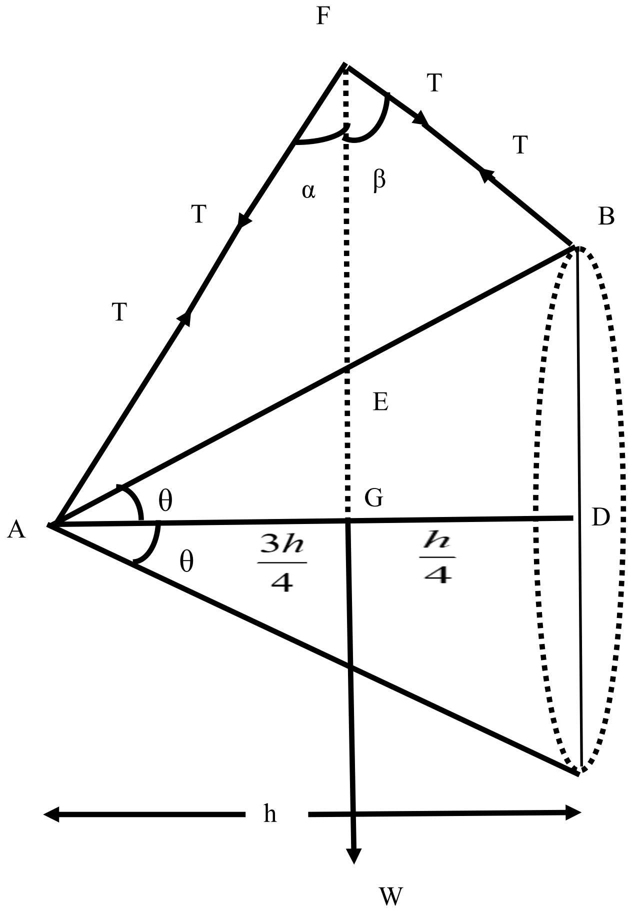
AD = l COS 2θ

2a COS 2θ = l Cos θ

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

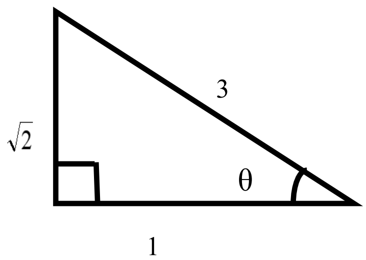
உ + ம்

அரை உச்சிக் கோணம் $\tan^{-1}(\sqrt{2})$ ஆகவுள்ள ஒரு சீரான செவ்வட்டத்தில் அதன் உச்சியிற்கும் ஒரு வட்ட அடியின் பரிதியில் உள்ள ஒரு புள்ளிக்கு கட்டப்பட்டதும் ஒப்பமான முளையின் மேலாக செல்வதுமான இலேசான நீளா இழையொன்றினால் ஒப்பமான முளையில் இருந்து தொங்க விடப்பட்டுள்ளது இக்கூம்பு அதன் அச்சு கிடையாக இருக்கும் வண்ணம் ஓய்ந்திருக்குமெனில் இழையின் நீளம் கூம்பின் உயரத்தின் மூன்று மடங்காகும் எனக்காட்டுக



$\theta = \tan^{-1}(\sqrt{2})$

$\tan\theta = \sqrt{2}$



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

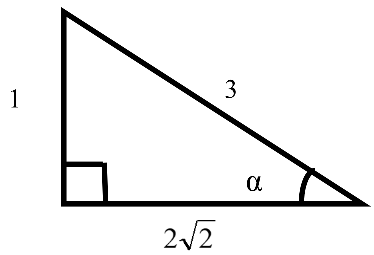
1

கூம்பின் சமநிலைக்கு

$$\rightarrow TSin\alpha - TSin\beta = 0$$
$$Sin\alpha = Sin\beta$$
$$\alpha = \beta$$
$$AG : GD = \frac{3h}{4} : \frac{h}{4} = 3:1$$
$$AE : EB = 3:1$$

Δ ABF இல் (m + n) Cot தேற்றப்படி

$$(3+1)Cot(90-\theta) = 3Cot\alpha - 1Cot\alpha$$
$$4\tan\theta = 2Cot\alpha$$
$$2\sqrt{2} = Cot\alpha$$
$$\tan\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$



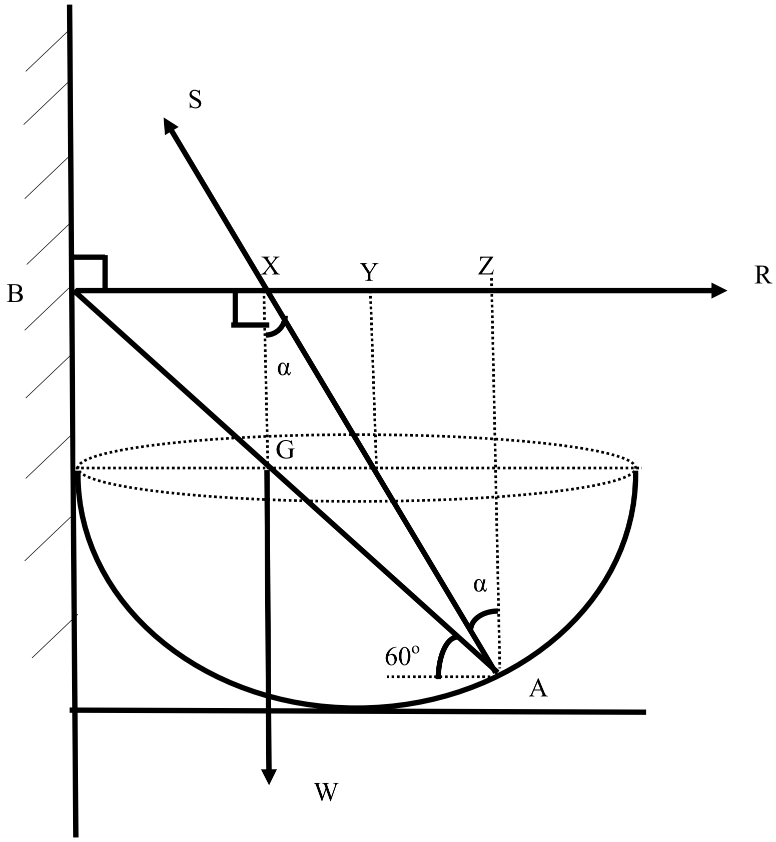
$$AFSin\alpha + FBSin\alpha = AD = h$$
$$(AF + FB)Sin\alpha = h$$
$$(AF + FB)\frac{1}{3} = h$$
$$AF + FB = 3h$$

இழையின் நீளம் = 3 × கூம்பின் உயரம்

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உ + ம்

d விட்டம் உடைய ஓர் ஒப்பமான அரைக்கோள கிண்ணமானது தன் விளிம்பு ஓர் ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவரை தொடுமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது பாரமான சீர் கோலொன்று ஒருமுனை அக்கிண்ணத்தின் உட்பரப்பின் மீதும் மற்றைய முனை அச்சுவருக்கு எதிரே இருக்குமாறு கிடையுடன் 60^0 இல் சாய்ந்ததாய்ச் சமநிலையிலிருக்கின்றது அக்கோலின் நீளம் $d(1+\frac{1}{\sqrt{13}})$ ஆகுமெனக் காட்டுக

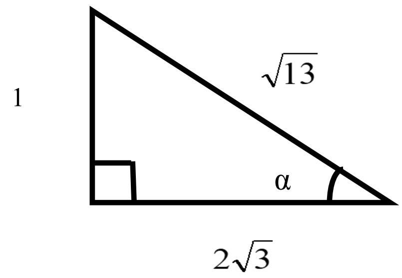


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

AB = 2a என்க AG = GB = a : a

Δ ABF இல் (m + n) Cot தேற்றப்படி

$$(a + a)Cot30^\circ = aCot\alpha - aCot90^\circ$$
$$2a\sqrt{3} = aCot\alpha$$
$$\tan\alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$



Δ ABZ இல்

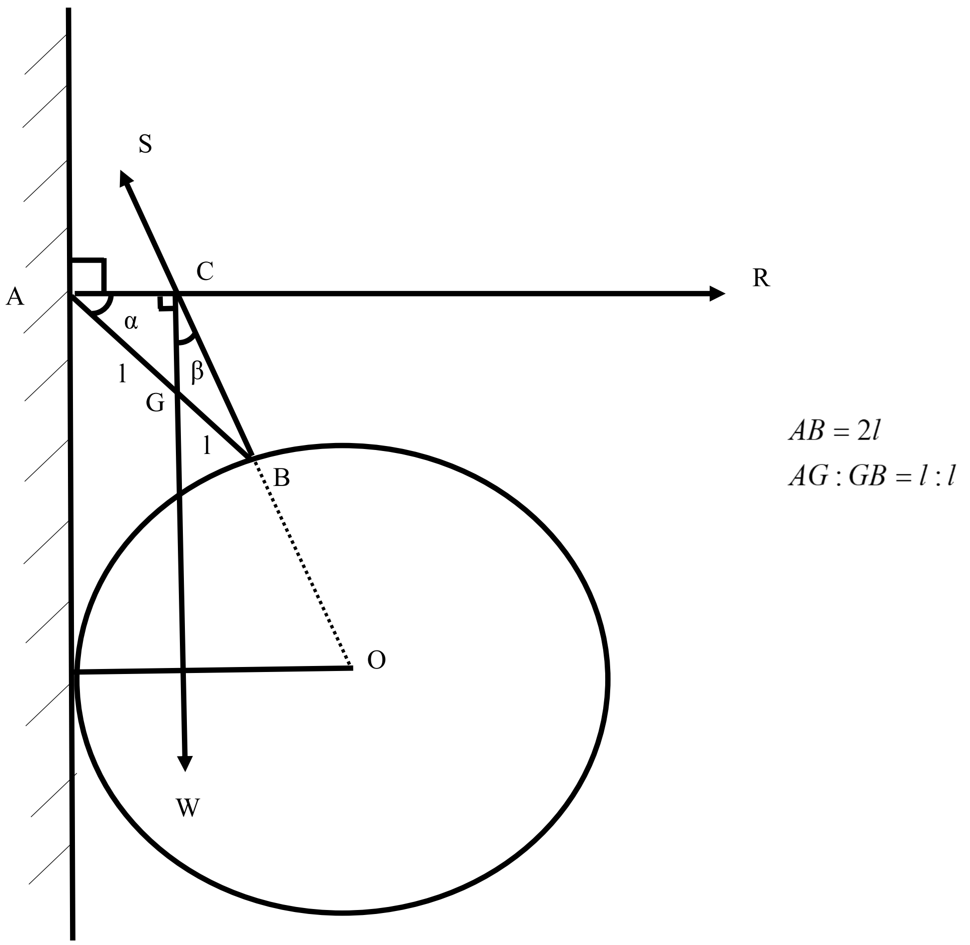
.

$$BZ = 2aCos60^\circ$$
$$BZ = BY + YZ$$
$$2aCos60^\circ = \frac{d}{2} + \frac{d}{2}Sin\alpha$$
$$(2a) - \frac{1}{2} = \frac{d}{2}\{1 + Sin\alpha\}$$
$$2a = \frac{d}{2}\left\{1 + \frac{1}{\sqrt{13}}\right\}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உ + ம்

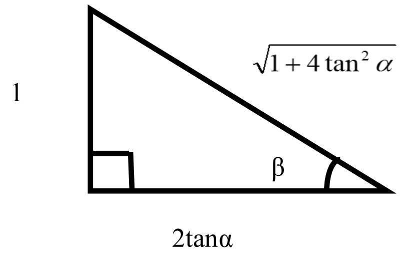
r ஆரையுடைய உருளையொன்று அதன் அச்சு கிடையாகவும் அதன் வளைமேற்பரப்பு நிலைக்குத்து சுவரை தொடும் வண்ணமும் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது சீரான 2l நீளமுடையதும் w நிறையுடையதுமான வளை ஒன்று அதன் இரு அந்தங்கள் சுவரிலும் உருளையிலும் இருக்கும் வண்ணம் வைக்கப்பட்டுள்ளது சுவரிலும் உருளையிலும் உராய்வு இல்லை. கிடையுடன் வளை α கோணத்தை ஆக்கினால் $\frac{l}{r}=\frac{1}{2}Sec\alpha\left\{1-\frac{1}{\sqrt{1+4\tan^2\alpha}}\right\}$ எனக்காட்டுக.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Δ ABC இல் (m + n) Cot தேற்றப்படி

$$(1+1)Cot(90-\alpha) = 1Cot\beta - 1Cot90$$
$$2\tan\alpha = Cot\beta$$
$$\tan\beta = \frac{1}{2\tan\alpha}$$



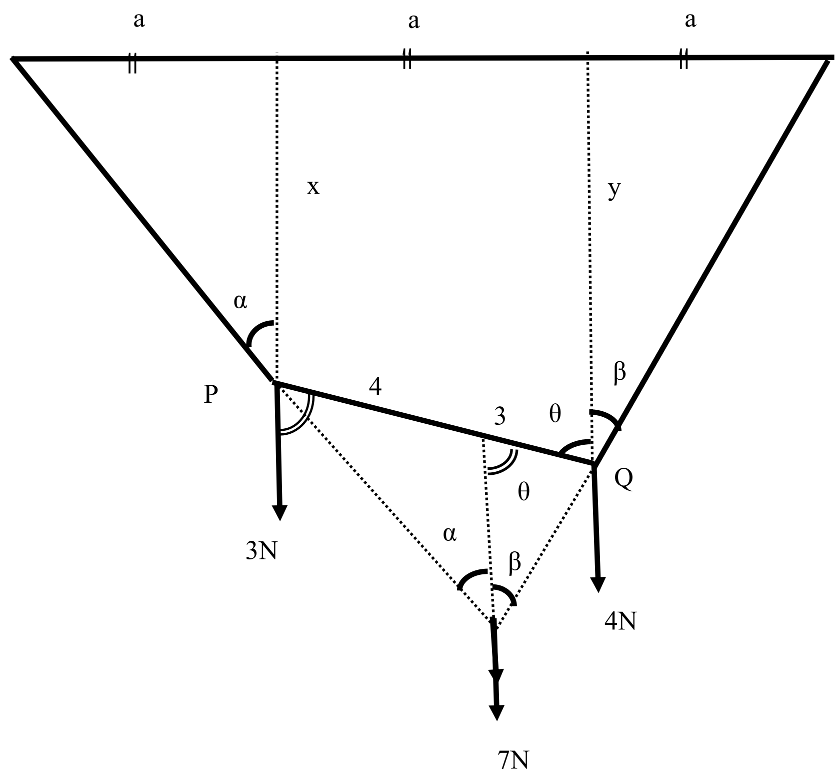
தூரத்தை சமன் செய்ய

$$r = 2lCos\alpha + rSin\beta$$
$$2lCos\alpha = r(1 - Sin\beta)$$
$$2lCos\alpha = r\left\{1 - \frac{1}{\sqrt{1+4\tan^2\alpha}}\right\}$$
$$\frac{\ell}{r} = \frac{1}{2}Sec\alpha\left\{1 - \frac{1}{\sqrt{1+4\tan^2\alpha}}\right\}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உ + ம்

ஒரு இலேசான இழையின் முனைகள் ஒரே கிடைமட்டத்திலுள்ள A,B என்னும் புள்ளிகளில் கட்டப்பட்டுள்ளன இழையின் இரு புள்ளிகளில் 3N,4N நிறைகள் உடைய P,Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் கட்டப்பட்டுள்ளன சமநிலையில் P,Q ஊடு செல்லும் நிலைக்குத்து கோடுகள் AB ஐ முக்கூறிடுகின்றன இன் AB மட்டத்தின் கீழே இன் P,Q ஆழங்கள் 10 : 11 எனும் விகிதத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக.



Δ PQR இல் (m + n) Cot தேற்றப்படி

$$(4+3)\cot\theta = 4\cot\alpha - 3\cot\beta$$

$$7\cot\theta = 4\cot\alpha - 3\cot\beta$$

$$7\left(\frac{y-x}{a}\right) = \frac{4x}{a} - \frac{3y}{a}$$

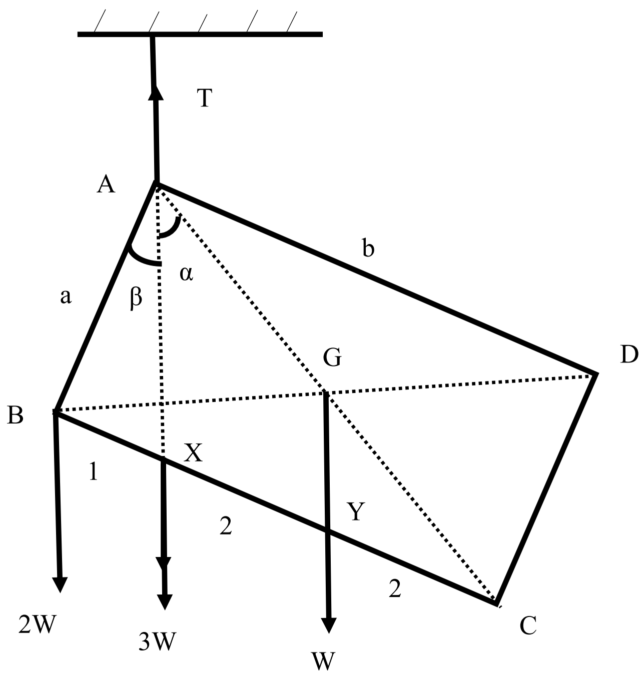
$$7(y-x) = \frac{4x}{a} - 3y$$

$$10y = 11x$$

$$\frac{x}{y} = \frac{10}{11}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

ABCD என்பது சீரான செவ்வகவடிவிலுள்ள தள அடராகும் இதன் நிறை W உம் AB = 2a, AD = b உம் ஆகும் உச்சி B இல் 2W நிறையுடைய துணிக்கை ஒன்று ஒட்டப்பட்டுள்ளது இவ்வடரானது A இல் கட்டப்பட்டுள்ள இழை ஒன்றினால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது சமநிலையில் போது மூலைவிட்டம் AC நிலைக்குத்துடன் $\tan^{-1}\left\{\frac{4ab}{5a^2+b^2}\right\}$ அமைக்கும் கோணம் எனக்காட்டுக



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

$$\frac{AX}{XY}=\frac{1}{2}, XY=YC$$

$$BX=\frac{b}{5}, XC=\frac{4b}{5}$$

$$\tan\beta=\frac{BX}{AB}=\frac{\frac{b}{5}}{a}=\frac{b}{5a}$$

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{b}{a}$$

$$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha+\tan\beta}=\frac{b}{a}$$

$$\frac{\tan\alpha+\frac{b}{5a}}{1-(\tan\alpha)\frac{b}{5a}}=\frac{b}{a}$$

$$\frac{5\tan\alpha+b}{5a-b\tan\alpha}=\frac{b}{a}$$

$$5a^2+\tan\alpha+ab=5ab-b^2\tan\alpha$$

$$(5a^2+b^2)\tan\alpha=4ab$$

$$\tan\alpha=\frac{4ab}{5a^2+b^2}$$

$$\alpha=\tan^{-1}\left\{\frac{4ab}{5a^2+b^2}\right\}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

மூன்று விசைகளின் சமநிலை பயிற்சிகள்

1. $2W$ நிறையும் l நீளமும் உடைய சீர்கோல் AB அதன்மேல் முனை A இலுள்ள ஒப்பமான பிணையல் பற்றி சுயாதீனமாக திரும்பவல்லது இனூடாக நிலைகுத்திலிருந்து a தூரத்தில் B இருக்குமாறு கோல் சமநிலையில் இருக்கத்தக்கதாக B இல் ஒரு கிடை விசை பிரயோகிக்கப்படுகிறது $W\left\{\frac{4l^2-3a^2}{l^2-a^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$ பிணையிலுள்ள மறுத்தாக்கம் என நிறுவுக

2. ஒப்பமான முனை ஒன்று ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவர் ஒன்றிலிருந்து தூரம் a யில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது நீளம் $6a$ யையும் நிறை W யையும் உடைய ஒரு சீர் கோல் AB அதன் முனை A சுவருடன் தொடுகையில் இருக்க முனை மீது நாப்பத்தில் இருக்கின்றது கோல் AB கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம் θ எனக்கொள்க கோலின் மீதுள்ள விசைகளை வகைக்குறித்துக் கொண்டு விசை முக்கோணியை வரைக மறுதாக்கத்தை W, θ ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க $3\cos^3\theta = 1$ எனக்காட்டுக

3. ஒரு சீரான ஒப்பமான கோளம் கிடையுடன் α,β சாய்ந்துள்ள இரு சாய்தளங்களில் தொட்டுக்கொண்டு ஓய்விலுள்ளது α சாய்வுடைய தளத்திலான மறுதாக்கம் கோளத்தின் நிறையின் அரைவாசியாயின் $\tan\beta = \frac{\sin\alpha}{2-\cos\alpha}$ எனக்காட்டுக

4. தன் புவியீர்ப்பு மையத்தால் a,b என்னும் இரு பகுதிகளாக பிரிக்கப்படும் ஒரு வளை ஒப்பமான கோளம் ஒன்றினுள் வைக்கப்பட்டுள்ளது சமநிலையில் அது கிடையுடன் ஆக்கும் சாய்வு θ ஆகவும் அக்கோள மையத்திலே எதிரமைக்கும் கோணம் 2α ஆகவும் இருப்பின் $\tan\theta = \left(\frac{b-a}{b+a}\right)\tan\alpha$ எனக்காட்டுக

5. ஒரு கோலானது r அரையுடைய ஓர் ஒப்பமான அரைக்கோள கிண்ணத்தினுள் முழுவதுமாய் கிடக்கின்றது அதன் புவியீர்ப்புமையம் அதனை a,b எனும் நீளப்பகுதிகளாக பிரிகின்றது அது சமநிலையில் இருக்கும் போது கிடையுடன் அதன் சாய்வு θ ஆக இருந்தால் $\sin\theta = \frac{b-a}{2\sqrt{r^2-ab}}$ எனக்காட்டுக இங்கு $b > a$

6. ஒரு ஒப்பமான சீரற்ற கோல் AB ஆனது ஒரு ஒப்பமான கோள கிணத்தினுள் அதன் மையத்தில் 90^{O} கோணம் எதிரமைத்த வண்ணம் கிடையுடன் θ கோணம் சாய்ந்த நிலையில் சமநிலையில் உள்ளது அதன் புவியீர்ப்பு மையம் G ஆனது $AG = a$, $GB = b$ ஆகுமாறு அமைந்துள்ளது எனின் $\theta = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left\{\frac{2ab}{a^2+b^2}\right\}$ எனக்காட்டுக

7. a,b என்னும் நீளங்களை உடைய இரு இலேசான நீட்டமுடியாத இழைகளினால் ஒரு நிறை W ஆனது கிடைமட்டத்தில் இருந்து $\sqrt{a^2+b^2}$ தூரம் இல் இருக்கும் இரு புள்ளிகளில் இருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது இழையில் உள்ள இழுவைகள் $\frac{Wa}{\sqrt{a^2+b^2}}, \frac{Wb}{\sqrt{a^2+b^2}}$ எனக்காட்டுக

தொகுப்பு :- :-திரு மு.ராகுலன், ஆசிரியர் இணைந்த கணிதம் (யா/மகாஜனா கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு :- திரு க .வினுஜன், ஆசிரியர்- த.தொ.தொ, (யா/வட்டு இந்துக்கல்லூரி)

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

8. 4a நீளமுள்ள பாரமான சீரான கோல் $\sqrt{3}a$ ஒன்று ஆரையுள்ள $\frac{1}{2}$ நிலைத்த ஒப்பமான கோளக்கிண்ணம் ஒன்றின் மேற்பரப்பை அதன் ஒரு முனை தொட்டுக்கொண்டிருக்க அக்கிணத்தின் மீது ஓய்விலிருக்கின்றது கிண்ணத்தின் விளிம்பு கிடையானது எனின் கிடையுடன் $\frac{\pi}{6}$ கோலின் சாய்வு ஆரையெனக் காட்டுக

9. விளிம்பு கிடையாக நிலைப்படுத்திய ஓர் $\frac{1}{2}$ ஒப்பமான கோளக்குவளையினுள் l நீளமுடைய ஒப்பமான சீர்கோல் அதன் ஒரு முனை குவளையின் உட்பரப்பை தொடவும் கோலின் ஒரு புள்ளி விளிம்பை தொடவும் சமநிலையில் உள்ளது குவளையில் ஆரை r ஆகவும் கிடையுடன் கோலின் சாய்வு θ ஆகவும் இருப்பின் $4r \cos 2\theta = l \cos\theta$ எனக்காட்டுக இவ்வாறு சமநிலையில் இருக்க l ஆனது இலும் $\frac{2\sqrt{6}}{3}r$ பெரிதாக இருக்க வேண்டும் எனக்காட்டுக .

10. 6m நீளமுடைய AB எனும் சீரான கோல் அதன் ஒரு முனை A ஆனது ஓர் ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவரில் படிந்திருக்கவும் மறுமுனை B இல் இணைக்கப்படட 10m நீளமுடைய ஓர் இழை A யிற்கு நேர் மேலேயுள்ள புள்ளி C யில் இணைக்கப்பட்டும் கோலானது சமநிலையில் தாங்கப்படுகின்றது அப்போது கோல் கீழ்முக நிலைக்குத்து சுவருடன் θ கோணம் அமைப்பின் $27\cos^2\theta=16$ எனக்காட்டுக

11. ஒரு சீர் வளையின் முனைகள் கிடையுடன் 30^o , 60^o இல் சாய்ந்துள்ள இரு சாய்தளங்களில் பொறுத்திருக்க கிடையாக வைக்கப்பட்டுள்ளது அதன் மீது அதன் நிறையின் இரு மடங்கு நிறையுள்ள துணிக்கை கோல் வழியே கோல் கிடையாக சமநிலையில் இருக்ககூடியவாறு வைக்கப்பட வேண்டிய நிலையை காண்க (கோலின் நீளம் 2a எனக்கொள்க)

12. 2a நீளமும் W நிறையும் உடைய பாரமான சீரான கோல்கள் AB,AC என்பன A யில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டு r ஆரையுடைய ஒப்பமான நிலைத்த கோளம் ஒன்றிற்கு மேல் சமச்சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளது ஒவ்வொரு கோலும் கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம் θ எனின் $r\{\tan^3\theta + \tan\theta\} = a$ எனக்காட்டுக

13. W நிறையுடைய சீரான $\frac{1}{2}$ ஒப்பமான கோளக் குவளையானது அதன் வளை மேற்பரப்பு ஒப்பமான மேற்பரப்பில் இருக்குமாறு $\frac{W}{2}$ உள்ளது நிறையுடைய துணிக்கையானது குவளையின் வட்ட விளிம்பில் வைக்கப்பட்டுள்ளது சமநிலையில குவளையின் வட்ட விளிம்பானது நிலைகுத்துடன் 45^O இல் சாய்ந்திருக்குமென காட்டுக

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

14. ஆரைச்சிறைக்கோணம் α உம் h உயரமும் உடைய சீர்திண்ம செவ்வட்ட கூம்பு அதன் அடி ஒரு ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவரில் தொடுகை கொள்ளத்தங்கியும் உச்சியை சுவரில் உள்ள ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கும் l நீளமுள்ள நீளா இழையால் கட்டப்பட்டும் சமநிலையில் $h\sec\alpha \le l \le h\left\{1+\frac{16}{9}\tan^2\alpha\right\}^{\frac{1}{2}}$ உள்ளது எனக்காட்டுக .

15. 3a நீளமுடைய மெல்லிய கோலொன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் கோலின் முக்கீறிடும் புள்ளியில் உள்ளது கோலின் முனைகளானது 6a நீளமுள்ள இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் முனைகளுக்கு தொடுக்கப்பட்டு இழையானது ஒப்பமான முளையின் மேலாக செல்கிறது சமநிலையில் கோல் கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம் $\tan^{-1}\sqrt{\frac{3}{5}}$ எனக்காட்டுக

16. ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளமானது இலேசான நீளா இழை ஒன்றின் மூலம் அதன் ஒரு முனையானது அரைக்கோள விளிம்பில் இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை ஒப்பமான ஒரு நிலைக்குத்து சுவருடன் இணைக்கப்பட்டு அரைக்கோள வளைபரப்பானது சுவருடன் தொடுகையில் இருக்க சமநிலையில் இருக்கின்றது இழை அரைக்கோளத்தின் தளபரப்பு ஆகியன நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணங்கள் முறையே θ,α எனின் $8\tan\alpha = 3 + 8\tan\theta$ எனக்காட்டுக

17. AB = AC ஆகவுள்ள இருசமபக்க முக்கோணி வடிவ W நிறையுடைய அடர் ABC, A இல் நிலையான புள்ளிக்கு சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது AC நிலைக்குத்தாகவும் C,A இற்கு மேலாகவும் இருக்குமாறு C உடன் இணைந்த கிடை இழையினால் சமநிலையில் பேணப்படுகிறது இழையிலுள்ள இழுவையையும் பிணையிலுள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க

18. நிறை W உம் ஆரை a உம் உடைய ஒரு சீர்க்கோளம் ஒரு புள்ளி P யிலிருந்து l நீள இழை மூலம் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது அக் கோளத்துக்கு கீழே தொங்குவதற்கு போதிய நீளமான ஒரு இழையால் w என்னும் ஒரு நிறை P யிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது நிலைகுத்துடன் முதல் இழையின் சாய்வு $\sin^{-1}\left\{\frac{Wa}{(W+w)(a+l)}\right\}$ எனக்காட்டுக

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk