සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

2910

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2011 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2011 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2011

සංයුක්ත ගණිතය I இணைந்த கணிதம் I **Combined Mathematics I**	**10 T I**	පැය තුනයි *மூன்று மணித்தியாலம்* ***Three hours***

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள்:

* இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 – 10), **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 – 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* **பகுதி A :**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* **பகுதி B :**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** இற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் **பகுதி B** யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

(10) இணைந்த கணிதம் I

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		
சதவீதம்		

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்		
புள்ளிகளைப் பரிசீலித்தவர்:	1	
	2	
மேற்பார்வை செய்தவர்		

இந்நிரலில் எழுத வேண்டாம்

பகுதி A

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் n^3+5n ஆனது 3 இனால் வகுபடத்தக்கதென நிறுவுக.

2. 1, 2, 3, 4 என்னும் இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி 2000 இற்கும் 4000 இற்குமிடையே எத்தனை எண்கள், இலக்கங்களின் மறிதரல்கள் (i) அனுமதிக்கப்படாதபோது, (ii) அனுமதிக்கப்படும்போது, ஆக்கப்படலாமெனக் காண்க.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

இந்நிரலில் எழுத வேண்டாம்

3. ஒரு நேர் நிறைவெண் சுட்டிக்கு ஈருறுப்பு விரியைப் பயன்படுத்தி, $\left(1+\sqrt{3}\right)^6+\left(1-\sqrt{3}\right)^6=416$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\left(1+\sqrt{3}\right)^6$ இன் நிறைவெண் பகுதியைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4+3\sin x}-\sqrt{4-3\sin x}}{2x}=\dfrac{3}{4}$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

The National e-learning Portal for the General Education

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

2910

இந்நிரலில் எழுத வேண்டாம்

5. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left\{e^{2x}(A\sin 3x + B\cos 3x)\right\} = 13e^{2x}\sin 3x$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B என்னும் மாறிலிகளைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\int e^{2x}\sin 3x\,\mathrm{d}x$ ஐக் காண்க.

6. நேர்கோடு $3y+2x+5=0$ இற்குச் சமாந்தரமானதும் $(2, 3), (-1, 2)$ ஆகிய புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நேர்கோட்டை வெளியே விகிதம் $3 : 2$ இல் பிரிக்கின்ற புள்ளியினூடாகச் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

இந்நிரலில் எழுத வேண்டாம்.

7. ஒரு வளையி $x = 3t,\ y = \dfrac{3}{t}$ இனால் தரப்படுகின்றது; இங்கு t ஒரு பூச்சியமல்லாத பரமானம். வளையிக்குப் புள்ளி $\left(3t, \dfrac{3}{t}\right)$ இல் உள்ள தொடலியின் சமன்பாடு $x + t^2 y = 6t$ எனக் காட்டுக.

t மாறும்போது ஆள்கூற்று அச்சுகளினாலும் இத்தொடலியினாலும் வரைபுற்ற முக்கோணப் பிரதேசத்தின் பரப்பளவு ஒரு மாறிலி என்பதை **உய்த்தறிக.**

8. நேர்கோடு $x+y+1=0$ ஐத் தொடுகின்றதும் மையங்கள் y-அச்சு மீது இருப்பதும் ஒவ்வொன்றும் ஆரை $\sqrt{2}$ ஐ உடையதுமான இரு வட்டங்களினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. ஒரு புள்ளி P யிலிருந்து வட்டம் $x^2+y^2-12x=0$ இற்கு உள்ள தொடலியின் நீளம் புள்ளி P யிலிருந்து வட்டம் $x^2+y^2-9=0$ இற்கு உள்ள தொடலியின் நீளத்தின் இரு மடங்காகும். புள்ளி P ஆனது வட்டம் $x^2+y^2+4x-12=0$ இன் மீது கிடக்கின்றதெனக் காட்டுக.

இந்நிரலில் எழுத வேண்டாம்.

10. ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்கள் $p-1, p, p+1$ ஆகும்; இங்கு $p>1$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக p ஒரு மெய்யெண். முக்கோணியின் மிகப் பெரிய கோணம் முக்கோணியின் மிகச் சிறிய கோணத்தின் இரு மடங்கெனின், **சைன் நெறி**யையும் **கோசைன் நெறி**யையும் பயன்படுத்தி p யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

ஸියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2011 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2011 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2011

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

பகுதி B

11. (*a*) α, β என்பன இருபடிச் சமன்பாடு $ax^2+bx+c=0$ இன் மூலங்களெனக் கொள்வோம்; இங்கு a, b, c ஆகியன மெய்யெண்கள். α, β ஆகிய இரண்டும்

(i) $b^2-4ac \geq 0$ ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் மெய்யெனவும்

(ii) $b=0$ ஆகவும் $ac>0$ ஆகவும் இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் அறக் கற்பனையானவை எனவும் காட்டுக.

α^2, β^2 ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

α, β ஆகிய இரண்டும் மெய்யாக **அல்லது** α, β ஆகிய இரண்டும் அறக் கற்பனையானவையாக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் இவ்விருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் இரண்டும் மெய்யானவை எனக் காட்டுக.

(*b*) $f(x)=x^3-3abx-(a^3+b^3)$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு a, b ஆகியன மெய்யெண்கள். $(x-a-b)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியெனக் காட்டுக. $f(x)$ இன் மற்றைய காரணியை இருபடி வடிவத்தில் காண்க.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, a, b ஆகியன வேறுவேறாக இருக்குமெனின், $f(x)=0$ ஆனது ஒரு மெய்ம் மூலத்தை மாத்திரம் கொண்டதெனக் காட்டுக.

$x^3-9x-12=0$ ஆனது ஒரு மெய்ம் மூலத்தை மாத்திரம் கொண்டது என்பதை **உய்த்தறிந்து**, அதனைக் காண்க.

12. (*a*) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $u_r = \dfrac{1}{(2r-1)(2r+1)(2r+3)}$ எனக் கொள்வோம்.

$\dfrac{u_{r+1}}{u_r}$ ஐ r இன் சார்பில் காண்க.

இதிலிருந்து, $r=1, 2, 3, \ldots$ இற்கு $(2r-1)u_r-(2r+1)u_{r+1}=4u_{r+1}$ எனக் காட்டுக.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{n} u_r = \frac{1}{12} - \frac{1}{4(2n+1)(2n+3)}$ என்பதை **உய்த்தறிக**.

தொடர் $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ ஒருங்குகின்றதா ? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(*b*) $y=|2x-8|$ இன் வரைபை வரைக.

இதிலிருந்து, $y=-|2x-8|$ இன் வரைபை **வரைக**.

ஒரே உருவில் $y=4-|2x-8|$, $y=|2x-10|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளை வரைக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, சமனிலி $|2x-10|+|2x-8| \leq 4$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் மெய்ப் பெறுமானத் தொடையைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13. (*a*) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ எனவும் $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ எனவும் கொள்வோம். $\mathbf{A}(\lambda\mathbf{A}+\mu\mathbf{I})=\mathbf{I}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக λ, μ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க; இங்கு $\mathbf{I}$ ஆனது 2×2 சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

இதிலிருந்து, $\mathbf{A}^{-1}$ ஐக் காண்க.

(*b*) P, Q, R ஆகியன ஆகண் வரிப்படத்தில் முறையே z_0, z_1, z_2 என்னும் சிக்கலெண்களை வகைகுறிக்கும் மூன்று வேறுவேறான புள்ளிகளெனக் கொள்வோம்.

$PQ=PR$ ஆகவும் θ ஆனது PQ விலிருந்து PR இற்கு இடஞ்சுழிப் போக்கில் அளக்கப்படும் கோணமாகவும் இருப்பின், $z_2-z_0=(z_1-z_0)(\cos\theta+i\sin\theta)$ எனக் காட்டுக.

இடஞ்சுழிப் போக்கில் எடுக்கப்படும் A, B, C, D என்னும் புள்ளிகள் ஆகண் வரிப்படத்தில் ஒரு சதுரத்தை உண்டாக்குகின்றன. A, B ஆகிய புள்ளிகளினால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்கள் முறையே $1-i$, z எனக் கொள்வோம். C, D ஆகிய புள்ளிகளினால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்களை z இன் சார்பில் காண்க.

$AC=2$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக C மாறுமெனின், ஆகண் வரிப்படத்தில் B யின் ஒழுக்கைக் காண்க.

14. (*a*) $x\in\mathbb{R}$ இற்கு $f(x)=2x^3+ax^2+bx$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு a, b ஆகியன மெய்ம் மாறிலிகள். $f'(3)=12$ எனவும் $f''(3)=18$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு f', f'' ஆகியன வழக்கமான கருத்தை உடையன.

a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

a, b ஆகியவற்றின் இப்பெறுமானங்களுக்கு $y=f(x)$ இன் வரைபைப் பருமட்டியாக வரைந்து திரும்பற் புள்ளிகளைக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $2x^2+ax+b=\dfrac{3}{x}$ இன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(*b*) சதுர அடியை உடைய ஓர் அடைத்த செவ்வகப் பெட்டி மெல்லிய அட்டைத்தாளினால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. பெட்டியின் கனவளவு $8192\ \text{cm}^3$ ஆகும். சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $4x$ cm ஆகும். ஆரை x cm ஐ உடைய ஒரு வட்டத் துவாரம் உச்சிச் சதுர முகத்திலிருந்து வெட்டி நீக்கப்பட்டுள்ளது. துவாரத்துடன் பெட்டியின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $A\ \text{cm}^2$ ஆனது $A=(32-\pi)x^2+\dfrac{8192}{x}$ இனால் தரப்படுகிறதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $x=\dfrac{16}{\sqrt[3]{32-\pi}}$ ஆக இருக்கும்போது A இழிவெனக் காட்டுக.

15. (*a*) **பகுதிகளாகத் தொகையிடும்** முறையைப் பயன்படுத்தி $\int_1^e x^{\frac{3}{2}} \ln x \, dx$ ஐப் பெறுமானங்கணிக்க.

(*b*) $t = \tan x$ எனக் கொள்வோம்.

$\cos 2x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $\sin 2x = \dfrac{2t}{1+t^2}$, $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{1+t^2}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{4\cos 2x + 3\sin 2x + 5} \, dx = \frac{1}{12}$ எனக் காட்டுக.

(*c*) a, b ஆகியன வேறுவேறான மெய்யெண்களெனக் கொள்வோம்.

$x \in \mathbb{R} - \{a, b\}$ இற்கு $\dfrac{1}{(x-a)(x-b)} = \dfrac{A}{x-a} + \dfrac{B}{x-b}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B என்னும் மாறிலிகளைக் காண்க.

மேற்குறித்த சமன்பாட்டில் x, a, b ஆகியவற்றைப் பொருத்தமாகப் பிரதிவைப்பதன்மூலம் $\dfrac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$ ஐப் **பகுதிப் பின்னங்களில்** எழுதி, **இதிலிருந்து**, $\displaystyle\int \frac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)} \, dx$ ஐக் காண்க.

16. (*a*) நேர்கோடு $lx + my + 1 = 0$ உடன் ஓர் இருசமபக்கச் செங்கோண முக்கோணியை ஆக்குமாறு உற்பத்தியினூடாக ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வரையப்பட்ட இரு நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகள் $(l-m)x + (l+m)y = 0$, $(l+m)x - (l-m)y = 0$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

(*b*) வட்டம் $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ ஆனது வட்டம் $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ஐ வட்டம் $S = 0$ இன் ஒரு விட்டத்தின் முனைகளில் வெட்டுமெனின், $2g^2 + 2f^2 - c = 2gg' + 2ff' - c'$ எனக் காட்டுக.

ஒரு மாறும் வட்டமானது $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 25 = 0$, $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$ ஆகிய வட்டங்கள் ஒவ்வொன்றையும் ஒரு விட்டத்தின் முனைகளில் வெட்டுகின்றது. மாறும் வட்டத்தின் மையம் நேர்கோடு $x + 2y + 2 = 0$ மீது கிடக்கின்றதெனக் காட்டுக.

17. (*a*) சர்வசமன்பாடு $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ ஐப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக, $\cos^6\theta + \sin^6\theta = a + b\cos 4\theta$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக a, b என்னும் மெய்ம் மாறிலிகளைத் துணிக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக,

(i) $y = 8(\cos^6 x + \sin^6 x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

(ii) சமன்பாடு $\cos^6 x + \sin^6 x = \dfrac{5}{4} + \dfrac{1}{2}\sin 4x$ இன் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

(*b*) சமன்பாடு $\tan^{-1}\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ ஐத் தீர்க்க.

***