25 நிகழ்தகவு

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஓர் எழுமாற்றுப் பரிசோதனை இருபடிமுறையைக் கொண்டிருக்கும்போது கிடைக்கும் நிகழ்ச்சிகள் தொடர்பான ஒரு பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு
  (i) நெய்யரி
  (ii) மரவரிப் படம்
  ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்துவதற்குத்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

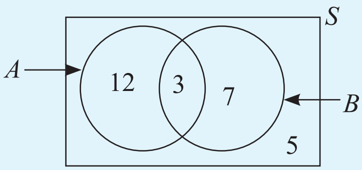
தரம் 10 இல் நீங்கள் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. சமதகவுள்ள பேறுகள் இடம்பெறும் ஒரு மாதிரிவெளி S இல் உள்ள நிகழ்ச்சி A ஆகும். $n(A) = 23$, $n(S) = 50$ எனின்,
   (i) $P(A)$
   (ii) $P(A')$ ஐக் காண்க.

2. ஓர் எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் மாதிரிவெளி S ஆனது $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ஆகும். இங்கு ஒவ்வொரு பேறும் சமதகவுள்ளதெனின், பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.
   (i) A ஆனது S இல் உள்ள ஓர் எளிய நிகழ்ச்சியாகும். A எடுக்கத்தக்க எல்லா நிகழ்ச்சிகளையும் எழுதுக.
   (ii) அந்நிகழ்ச்சிகள் ஒவ்வொன்றுக்கும் $P(A)$ ஐக் காண்க.
   (iii) B ஆனது S இல் உள்ள 4 மூலகங்கள் இடம்பெறும் ஒரு கூட்டு நிகழ்ச்சியாகும். B இற்கு ஓர் உதாரணத்தை எழுதுக.
   (iv) $P(B)$, $P(B')$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
   (v) அதிலிருந்து $P(B) + P(B') = 1$ என்னும் தொடர்புடைமையை வாய்ப்புப் பார்க்க.
   (vi) X ஆனது வேறொரு மாதிரி வெளியில் $P(X) = 0.7$ ஆகவுள்ள ஓர் நிகழ்ச்சியாகும். $P(X')$ ஐக் காண்க.

3. ஓர் எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் மாதிரிவெளி S இல் உள்ள A, B என்னும் இரு நிகழ்ச்சிகளின் ஒவ்வொரு பிரதேசத்திற்கும் உரிய மூலக எண்ணிக்கைகள் பின்வரும் வென் வரிப்படத்தில் காணப்படுகின்றன. இதனைக் கொண்டு பின்வருவனவற்றைக் காண்க.



(i) $n(S)$ (ii) $P(A)$ (iii) $P(B)$
(iv) $P(A \cap B)$ (v) $P(A \cup B)$ (vi) $P(A \cap B')$
(vii) $P(A' \cap B)$ (viii) $P(A \cup B)'$

4. 1 தொடக்கம் 3 வரைக்கும் இலக்கம் இடப்பட்ட சம அளவுள்ள மூன்று அட்டைகளிடையே ஒன்றை எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்து அதன் இலக்கம் ஒற்றையா, இரட்டையா எனச் சோதித்து, அது திரும்பவும் இடப்படுகின்றது. அதன் பின்னர் வேறோர் அட்டை எழுமாற்றாக எடுக்கப்பட்டு அதன் இலக்கம் ஒற்றையா, இரட்டையா எனச் சோதிக்கப்படுகின்றது.

(i) மாதிரிவெளி S எனின் அதனை ஒரு தொடையாக எழுதி $n(S)$ ஐக் காண்க.
(ii) A யானது இரு தடவைகளிலும் இரட்டை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி எனின், A யை ஒரு தொடையாக எழுதி $n(A)$ ஐக் காண்க.
(iii) இதிலிருந்து $P(A)$ ஐக் காண்க.
(iv) மேற்குறித்த மாதிரி வெளி S ஐ ஒரு நெய்யரியில் (தெக்காட்டின் தளத்தில்) வகைகுறிக்க.
(v) B ஆனது ஒரு தடவை மாத்திரம் ஓர் இரட்டை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி எனின் உரிய புள்ளிகளை அடைப்பினுள் காட்டி $P(B)$ஐக் காண்க.
(vi) மேற்குறித்த மாதிரி வெளி S ஐ மர வரிப்படத்தில் காட்டி அதிலிருந்து குறைந்தபட்சம் ஒரு தடவையேனும் ஓர் இரட்டை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

25.1 சாரா நிகழ்ச்சிகளும் சார் நிகழ்ச்சிகளும்

(i) சாரா நிகழ்ச்சிகள்

ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுகின்றமை அல்லது நடைபெறாமை வேறொரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுகின்றமையில் அல்லது நடைபெறாமையில் தாக்கம் செலுத்தா விட்டால், இவ்விரு நிகழ்ச்சிகளும் **சாரா நிகழ்ச்சிகள்** என நாம் தரம் 10 இல் கற்றோம். A, B ஆகிய இரண்டும் சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனின் $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$ என நாம் அறிவோம். இவ்விரு நிகழ்ச்சிகளுக்கும் ஓர் உதாரணம் கீழே காணப்படுகின்றது.

இரு நாணயங்களை ஒரே தடவை மேலே எறிந்து அவை விழும் பக்கத்தைச் சோதிப்பதற்கான எழுமாற்றுப் பரிசோதனையைக் கருதுவோம். ஒரு நாணயம் விழும் பக்கம் மற்றைய நாணயத்தின் ஒரு குறித்த பக்கம் கிடைப்பதில் தாக்கம் செலுத்துவதில்லை. ஆகவே ஒரு நாணயத்தின் நிகழ்ச்சி மற்றைய நாணயத்தின் நிகழ்ச்சியைச் சாராதது.

(ii) சார் நிகழ்ச்சிகள்

ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுகின்றமை அல்லது நடைபெறாமை வேறொரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுகின்றமையை அல்லது நடைபெறாமையில் தாக்கம் செலுத்து மெனின், அவ்விரு நிகழ்ச்சிகளும் **சார் நிகழ்ச்சிகள்** ஆகும். அதாவது ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுகின்றமை அல்லது நடைபெறாமை மீது மற்றைய நிகழ்ச்சியின் நடை பெறுகின்றமையின் அல்லது நடைபெறாமையின் நிகழ்தகவில் மாற்றத்தை உண்டாக்குகின்றது.

பின்வரும் உதாரணங்களைக் கற்பதன் மூலம் சார் நிகழ்ச்சிகள் தொடர்பாக விளங்கிக் கொள்ளலாம்.

a. ஒரு கிறிக்கெற் குழுவில் திறமையான பந்துவீச்சாளர் போட்டியில் பங்குபற்றுகின்றமை, பங்குபற்றாமை அக்குழு வெற்றியீட்டுவதற்கான நிகழ்தகவில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்துகின்றது. ஆகவே திறமையான பந்து வீச்சாளர் போட்டிக்கு முன்வருகின்றமை போட்டியில் பங்குபற்றுகின்றமை என்னும் இரு நிகழ்ச்சிகளும் சார் நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

b. எருதுகள், பசுக்கள் இருக்கும் மாட்டுப் பண்ணையிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு மாட்டைத் தெரிந்தெடுத்தால், அது பசுவாக இருந்தால் பாலைப் பெறத்தக்கதாக இருக்கும் அதே வேளை அது எருதுவாக இருந்தால் பாலைப் பெற முடியாது. ஆகவே தெரிந்தெடுத்த மாடு பசுவாக இருத்தல் பசுவிலிருந்து பாலைப் பெறத்தக்கதாக இருத்தல் ஆகிய இரு நிகழ்ச்சிகளும் சார் நிகழ்ச்சிகளாகும்.

c. ஒரு பையில் ஒரே அளவுள்ள 7 வெள்ளைப் பந்துகளும் 3 கறுப்புப் பந்துகளும் உள்ளன. இவற்றிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு பந்தை தெரிந்தெடுத்து அதனைத் திரும்ப இடாமல் ஓர் இரண்டாம் பந்தை எடுக்கின்றமையால் இரண்டாம் பந்தை எடுக்கும்போது பையில் மொத்தப் பந்துகள் 10 இல் 9 பந்துகள் எஞ்சியிருக்கின்றன. அவ்வவ் நிறங்களில் எஞ்சியிருக்கும் பந்துகளின் எண்ணிக்கை முதலாவதாக எடுத்த பந்தின் நிறத்தைச் சார்ந்தது.

முதலாவது பந்து வெள்ளை நிறமாயின் இரண்டாவது பந்து வெள்ளைப் பந்தாக எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{6}{9}$

முதற் பந்து வெள்ளையன்று எனின் இரண்டாம் பந்து வெள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{7}{9}$

இவ்விரு நிகழ்தகவுகளும் சமமல்ல ஆகையால் இரண்டாவது பந்து வெள்ளையாக இருத்தல் என்பது முதலாவது பந்து வெள்ளையாக இருத்தல் என்பதில் தங்கியுள்ளது. ஆகவே இவை இரண்டும் சார் நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

25.2 நெய்யரியைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்

இரு படிமுறைகளைக் கொண்ட ஓர் எழுமாற்றுப் பரிசோதனையில் ஒரு படிமுறையின் நிகழ்ச்சி மற்றைய படிமுறையின் நிகழ்ச்சியை சாராமல் அல்லது சார்ந்து இருக்கலாம். சாராமல் இருக்கும் சந்தர்ப்பத்தில் பிரசினத்தைத் தீர்த்தல் பற்றித் தரம் 10 இல் ஆராய்ந்தோம். அதனை மீட்பதற்குப் பின்வரும் உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 1

ஒரு பையில் ஒரே அளவுள்ள 3 நீலநிறப் பந்துகளும் 2 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. எழுமாற்றாக அவற்றிலிருந்து ஒரு பந்தை வெளியே எடுத்து அதனைத் திரும்பப் பையில் இட்டு ஓர் இரண்டாம் பந்தையும் எடுத்து நிறம் சோதிக்கப்படுகின்றது.

(i) இந்த எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் மாதிரி வெளியை ஒரு நெய்யரியில் வகை குறிக்க.

(ii) நெய்யரியைக் கொண்டு பின்வரும் நிகழ்ச்சிகள் ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(a) முதற் பந்து சிவப்பு நிறமாக இருத்தல்.

(b) இரண்டாம் பந்து சிவப்பு நிறமாக இருத்தல்.

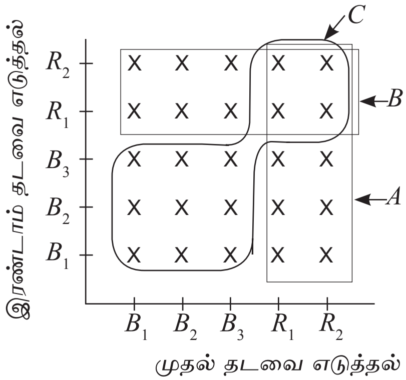
(c) இரு பந்துகளும் சிவப்பு நிறமாக இருத்தல்.

(d) இரு பந்துகளும் ஒரே நிறமுள்ளனவாக இருத்தல்.

(e) குறைந்தபட்சம் ஒரு பந்தேனும் சிவப்பு நிறமாக இருத்தல்.

(i) நெய்யரியை நிகழ்தகவுப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்குப் பயன்படுத்தும்போது இயலத்தக்க எல்லா நிகழ்ச்சித் தொடையையும் அல்லது மாதிரி வெளியையும் சமதகவுள்ள பேறுகளைக் கொண்டிருக்குமாறு அமைத்துக்கொள்ள வேண்டுமென நாம் முன்னர் கற்றோம். பையில் 3 நீலநிறப் பந்துகள் இருக்கும் அதே வேளை சிவப்பு நிறப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை அதிலும் பார்க்க 1 குறைவாக உள்ளது. ஆகவே பையிலிருந்து ஒரு நீலநிறப் பந்து கிடைத்தல், ஒரு சிவப்பு நிறப் பந்து கிடைத்தல் ஆகிய இரு நிகழ்ச்சிகளும் சமதகவுள்ளவை அல்ல.

ஆனால் பந்துகள் அளவில் சமமாகையால் யாதாயினும் ஒரு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு சமமாகும். ஆகவே மாதிரி வெளியை நெய்யரியில் காட்டும்போது மூன்று நீலநிறப் பந்துகளை B_1, B_2, B_3 எனவும் இரு சிவப்பு நிறப் பந்துகளை R_1, R_2 எனவும் குறிப்போம்.



முதல் தடவை எடுக்கும்போது சமதகவுள்ள பேறைக் கிடை அச்சிலும் இரண்டாம் தடவை எடுக்கும்போது இயலத்தக்க பேறை நிலைக்குத்து அச்சிலும் கொண்டு குறிக்கப்படும் புள்ளிகளின் மூலம் மாதிரிவெளி காட்டப்படுகின்றது.

முதல் எடுத்த பந்தைத் திரும்ப இட்டு இரண்டாவது பந்து எடுக்கப்பட்டு சோதிக்கப் படுகின்றமையால் முதல் நிகழ்ச்சியும் இரண்டாவது நிகழ்ச்சியும் சாராத நிகழ்ச்சி களாகும்.

குறிப்பு: நெய்யரியைக் கொண்டு ஒரு நிகழ்தகவைக் காண்பதற்குத் தரப்பட்டுள்ள நிகழ்ச்சிக்குரிய புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையை மாதிரி வெளியில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையின் அரைவாசியெனக் காட்டுதல் வேண்டும்.

(ii)(a) முதற்பந்து சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சிக்குரிய புள்ளிகள் நெய்ய ரியில் அடைப்பிட்டு A எனக் காட்டப்பட்டுள்ளன. அதில் 10 புள்ளிகள் உள்ளன. மாதிரிவெளியில் 25 புள்ளிகள் உள்ளன.

$\therefore$ முதற் பந்து சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= \frac{\text{அடைப்பு } A \text{ யில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{மாதிரி வெளியில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

(b) இரண்டாம் பந்து சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சிக்குரிய புள்ளிகள் நெய்யரியில் அடைப்பிட்டு B எனக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

$\therefore$ இரண்டாம் பந்து சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= \frac{\text{அடைப்பு } B \text{ யில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{மாதிரி வெளியில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

(c) இரு பந்துகளும் சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான புள்ளிகள் A, B என்னும் இரு அடைப்புகளுக்கும் பொதுவான புள்ளிகளாகும். அதில் 4 புள்ளிகள் உள்ளன.

∴ இரண்டு பந்துகளும் சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= \frac{\text{இரு அடைப்புகளுக்கும் பொதுவான புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{மாதிரி வெளியில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{4}{25}$$

(d) இரு பந்துகளும் ஒரே நிறத்தைக் கொண்டிருப்பதற்கு இரண்டும் நீல நிறமாக அல்லது இரண்டும் சிவப்பு நிறமாக இருத்தல் வேண்டும். அதற்குரிய புள்ளிகள் பிரதேசம் C இல் காட்டப்பட்டுள்ளன. அதில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை 13 ஆகும்.

∴ இரு பந்துகளும் ஒரே நிறத்தைக் கொண்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= \frac{\text{பிரதேசம் } C \text{ யில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{மாதிரி வெளியில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{13}{25}$$

(e) குறைந்தபட்சம் ஒரு பந்தேனும் சிவப்புப் பந்தாக இருப்பின் ஒன்று அல்லது இரண்டும் சிவப்பு நிறமாக இருத்தல் வேண்டும். A, B ஆகிய இரு அடைப்புகளிலும் உள்ள எல்லாப் புள்ளிகளும் உரியனவாகும். அதில் 16 புள்ளிகள் இருக்கின்றமையால், குறைந்தப்பட்சம் ஒரு பந்தேனும் சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{16}{25}$

தற்போது இரண்டு படிமுறைகளில் நடைபெறும் சார் நிகழ்ச்சியொன்றின் நிகழ்தகவை காண்பதை உதாரணமொன்றின் மூலம் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 2

ரிகானாவின் பென்சில் பெட்டியில் 2 பச்சை நிறப் பென்சில்களும் 3 கறுப்பு நிறப் பென்சில்களும் உள்ளன. இவற்றிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு பென்சிலைத் தெரிந்தெடுத்துத் தனது நண்பி சங்கரிக்குக் கொடுக்கின்றார். அதன் பின்னர் ரிகானாவும் ஒரு பென்சிலை எழுமாற்றாகத் தேர்ந்தெடுக்கின்றார்.

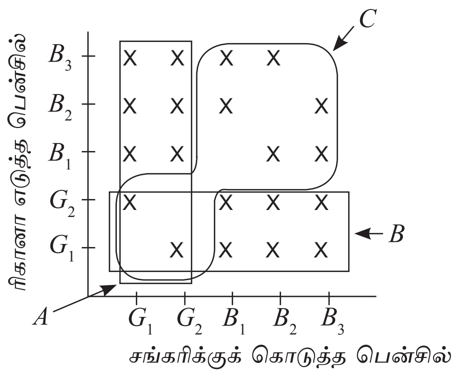
(i) மாதிரி வெளியை ஒரு நெய்யரியில் காட்டுக.

(ii) நெய்யரியைக் கொண்டு பின்வரும் நிகழ்ச்சிகள் ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(a) சங்கரிக்கு ஒரு பச்சை நிறப் பென்சிலைக் கொடுத்தல்
(b) ரிகானாவுக்கு ஒரு பச்சை நிறப் பென்சில் கிடைத்தல்
(c) இருவருக்கும் ஒரே நிறம் கிடைத்தல்
(d) சங்கரிக்கு மாத்திரம் ஒரு கறுப்பு நிறப் பென்சில் கிடைத்தல்

(i) ரிகானாவின் பென்சில் பெட்டியில் இருந்த இரு பச்சை நிறப் பென்சில்களையும் G_1, G_2 எனவும் மூன்று கறுப்பு நிறப் பென்சில்களையும் B_1, B_2, B_3 எனவும் கொள்வோம்.

சங்கரிக்குக் கொடுத்த பென்சில் R_1, R_2, B_1, B_2, B_3 ஆகியவற்றிற்கிடையே ஒன்றாகவும் ரிகானா எடுத்த பென்சிலும் அவற்றிடையே ஒன்றாகவும் இருக்கலாம்.ஆனால் சங்கரிக்குக் கிடைக்கும் பென்சில் ரிகானாவிற்குக் கிடைக்க முடியாது ஆகையால் (R_1, R_1), (R_2, R_2), (B_1, B_1), (B_2, B_2), (B_3, B_3) ஆகிய புள்ளிகளுக்குரிய நிகழ்ச்சிகள் இருக்க முடியாது. ஆகவே அந்த ஐந்து புள்ளிகளும் தவிர எஞ்சியுள்ள 20 புள்ளிகள் மாத்திரம் நெய்யரியில் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.



(ii) நெய்யரியைக் கொண்டு நிகழ்தகவைக் காண்பதற்குத் தரப்பட்டுள்ள நிகழ்ச்சிக்குரிய புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை மாதிரி வெளியில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

(a) சங்கரிக்கு ஒரு சிவப்புப் பென்சிலைக் கொடுப்பதற்குரிய 8 புள்ளிகள் அடைப்பு A இல் உள்ளன.

$\therefore$ சங்கரிக்கு ஒரு பச்சை நிறப் பென்சிலைக் கொடுப்பதற்கான

$$\text{நிகழ்தகவு} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

(b) ரிகானாவிற்கு ஒரு பச்சை நிறப் பென்சில் கிடைப்பதற்குரிய புள்ளிகள் அடைப்பு B யில் உள்ளன. அதில் 8 புள்ளிகள் இருக்கின்றன.

$\therefore$ ரிகானாவிற்கு ஒரு பச்சை நிறப் பென்சில் கிடைப்பதற்கான

$$\text{நிகழ்தகவு} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

(c) இருவருக்கும் ஒரே நிறமுள்ள பென்சில்கள் கிடைப்பதற்குரிய புள்ளிகள் பிரதேசம் C இல் உள்ளன. அதாவது இருவருக்கும் பச்சை நிறம் அல்லது இருவருக்கும் கறுப்பு நிறம் கிடைக்க வேண்டும்.

$\therefore$ இருவருக்கும் ஒரே நிறம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

(d) சங்கரிக்கு மாத்திரம் ஒரு கறுப்பு பென்சில் கிடைப்பதற்குரிய புள்ளிகள் அடைப் பிட்டுக் காட்டடப்பட்டுள்ளன. சங்கரிக்கு மாத்திரம் கறுப்பு நிறமெனின் ரிகானாவுக்கு பச்சை நிறம் கிடைத்தல் வேண்டும். அத்தகைய 6 புள்ளிகள் உள்ளன.

$\therefore$ சங்கரிக்கு மாத்திரம் ஒரு கறுப்பு நிறப் பென்சில் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

பயிற்சி 25.2

1. ஒரு பெட்டியில் ஒரே அளவான 3 வெள்ளை நிறப் பந்துகளும் 4 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. இவற்றிலிருந்து எழுமாறாக ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் பரிசோதிக்கப்படுகின்றது.

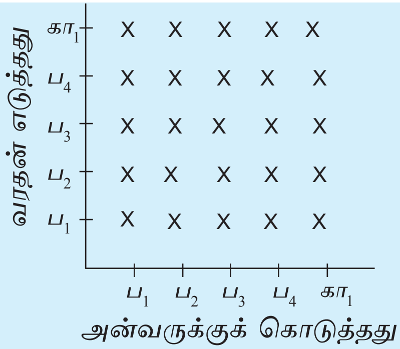
(a) சமதகவுள்ள பேறுகளை உள்ளடக்கிய மததிரிவெளி S இன் மூலகங்களைத் தருக.

(b) முதலில் எடுத்த பந்தை மீண்டும் பெட்டியில் இட்டு இன்னுமொரு பந்து எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டு நிறம் பரிசோதிக்கப்படுகின்றது எனின், சமதகவுள்ள எளிய நிகழ்ச்சிகள் உள்ளடங்கிய மாதிரி வெளியை நெய்யரியில் தருக.

(c) முதலில் எடுத்த பந்து மீண்டும் உள்ளே வைக்கப்படாமல் இரண்டாவது பந்து எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டு நிறம் பரிசோதிக்கப்படுமாயின் மாதிரி வெளியை நெய்யரியில் குறிக்க.

(d) இரண்டு தடவைகளிலும் எடுத்த பந்துகள் இரண்டும் ஒரே நிறத்தைக் கொண்டவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை மேற்குறித்த (b), (c) ஆகிய சந்தர்ப்பங்களுக்குரியதாகக் காண்க.

2. ஒரு பையில் ஒரே அளவான 4 மாம்பழங்களும் 1 மாங்காயும் உண்டு. இவற்றிலிருந்து ஒன்றை எழுமாறாக எடுத்த வரதன் இதனை தனது நண்பனாகிய அன்வருக்குக் கொடுத்தான். பின்னர் வரதனும் ஒன்றை எடுத்தான் இதற்கென வரதன் தயாரித்த சம நேர்தகவுள்ள பேறுகளை உள்ளடக்கிய மாதிரிவெளி கீழே தரப்பட்டுள்ளது.



(a) இந்நெய்யரியில் ஒரு வழு உண்டு. அதனைச் சீர்செய்து மீண்டும் தயாரிக்க.
(b) சரியான நெய்யரியிலிருந்து கீழே தரப்பட்டுள்ள நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(i) இருவருக்கும் பழங்கள் கிடைத்தல்
(ii) அன்வருக்கு மாத்திரம் பழம் கிடைத்தல்
(iii) ஒருவருக்கு மட்டும் பழம் கிடைத்தல்

(c) இங்கு குறைந்தபட்சம் ஒருவருக்கேனும் பழமொன்று கிடைப்பது நிச்சயமான நிகழ்வு என குமார் கூறுகின்றார். இக்கூற்றின் செவ்வைத் தன்மையைக் காரணங்களுடன் விளக்குக.

3. ஒரு சுற்றுலா செல்வதற்குத் தயாரான பீற்றர் தனது ஆடைப்பெட்டியிலிருந்த 4 வெள்ளை நிற மேற்சட்டைகளிலும் 3 கறுப்பு நிற மேற்சட்டைகளிலிருந்து எழுமாறாக இரண்டு மேற்சட்டைகளை எடுத்தான்.

(a) வெள்ளை நிற மேற்சட்டைகள் நான்கையும் W_1, W_2, W_3, W_4 எனவும் கறுப்பு நிற மேற்சட்டைகள் மூன்றையும் B_1, B_2, B_3 எனவும் கொண்டு மாதிரி வெளியைத் தயாரிக்க.
(b) நெய்யரியிலிருந்து கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சியினதும் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(i) இரண்டு மேற்சட்டைகளும் வெள்ளையாக இருத்தல்.
(ii) ஒரு மேற்சட்டை மாத்திரம் வெள்ளையாக இருத்தல்.
(iii) குறைந்த பட்சம் ஒரு மேற்சட்டையேனும் வெள்ளையாக இருத்தல்.

4. ஒரு பாத்திரத்தில் ஒரே அளவும் வடிவமும் கொண்ட பாற்சுவையுள்ள 3 இனிப்புகளும் தோடம்பழச் சுவையுள்ள 3 இனிப்புக்களும் புளியம்பழச் சுவையுள்ள 1 இனிப்பும் உண்டு. ரியாஸ் இவற்றிலிருந்து ஓர் இனிப்பை எழுமாறாக எடுத்து சுவைத்துப் பார்த்தான். பின்னர் தனது நண்பியாகிய விஜிக்கும் ஓர் இனிப்பை எழுமாறாக எடுத்து வழங்கினான்.

(a) இனிப்புகளின் சுவைகளைக் கருத்திற் கொண்டு சமதகவுள்ள பேறுகளை உள்ளடக்கிய மாதிரி வெளியை நெய்யரியில் குறிக்க.

(b) நெய்யரியிலிருந்து கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சியினதும் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(i) இருவருக்கும் ஒரே சுவையுடைய இரண்டு இனிப்புகள் கிடைத்தல்

(ii) ஒருவருக்கு மட்டும் பாற்சுவையுடைய ஓர் இனிப்புக் கிடைத்தல்

(iii) விஜிக்குப் புளியம்பழச் சுவையுடைய ஓர் இனிப்புக் கிடைத்தல்

25.3 மரவரிப்படத்தைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்

ஓர் எழுமாற்றுப் பரிசோதனை இரு படிமுறைகளைக் கொண்டிருக்கும்போது அவ்விரு படிமுறைகளுக்கும் உரிய இரு நிகழ்ச்சிகளுடனும் தொடர்புபட்ட ஒரு பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு மரவரிப்படத்தைப் பயன்படுத்தலாம். பின்வரும் உதாரணங்களைக் கொண்டு அதனைப் பற்றிக் கற்க.

இரு நிகழ்ச்சிகள் சாரா நிகழ்ச்சிகளாக இருக்கும் சந்தர்ப்பத்திற்கு ஓர் உதாரணம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

உதாரணம் 1

ஒரு பையில் ஒரே அளவுள்ள இரு வெள்ளை நிறப் பந்துகளும் ஒரு கறுப்பு நிறப் பந்தும் உள்ளன. இதிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு பந்தை வெளியே எடுத்து அதன் நிறம் குறிக்கப்படுகின்றது. அதன் பின்னர் அதனைத் திரும்பப் பையில் இட்டு மறுபடியும் ஒரு பந்து எடுத்து நிறம் குறிக்கப்படுகின்றது.

(i) இந்த எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் மாதிரிவெளியை ஒரு மரவரிப்படத்தில் காட்டுக.

(ii) மரவரிப்படத்தைக் கொண்டு பின்வரும் நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(a) இரண்டு முறைகளும் வெள்ளை நிறப் பந்தைப் பெறல்

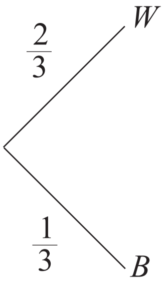
(b) முதலாம் முறை ஒரு வெள்ளை நிறப் பந்து கிடைத்தல்.

(c) ஒரு வெள்ளை நிறப் பந்து மாத்திரம் கிடைத்தல்.

(d) குறைந்தது ஒரு முறையேனும் ஒரு வெள்ளை நிறப் பந்து கிடைத்தல்.

(i) ஒரு பந்து வெள்ளை நிறமாக இருப்பதை W இனாலும் ஒரு பந்து கறுப்பு நிறமாக இருத்தலை B இனாலும் குறிப்போம். முதலில் எடுத்த பந்து வெள்ளை நிறமுள்ளதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{2}{3}$ உம் அது கறுப்பு நிறமுள்ளதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{3}$ உம் ஆகும். முதலில் எடுப்பதற்குரிய மரவரிப்படத்தின் பகுதியின் கிளை மீது உரிய நிகழ்தகவைக் குறிப்போம்.

முதலாவதாக எடுத்தல்



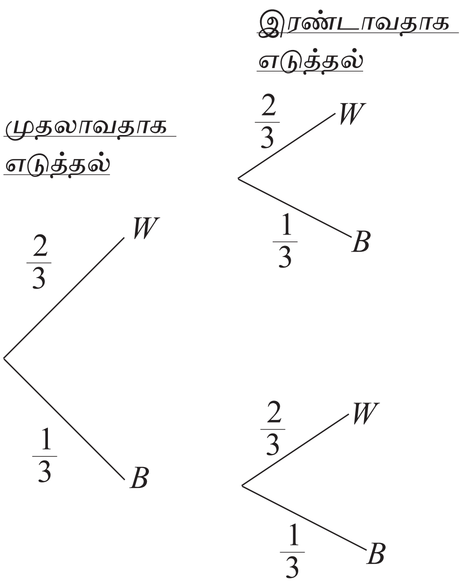
இவ்விரு கிளைகளின்மீதும் உள்ள நிகழ்தகவுகளின் கூட்டுத் தொகை

$= \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

$= 1$

குறிப்பு : மர வரிப்படத்தின் ஓர் இடத்திலிருந்து விரியும் கிளைகளின் மீது உள்ள நிகழ்தகவுகளின் கூட்டுத் தொகை 1 ஆகும்.

இப்போது மேற்குறித்த மரவரிப்படத்தை எழுமாற்று சோதனையின் இரண்டாம் படிமுறை வரைக்கும் விரிவுபடுத்துவோம்.



முதலாவதாக எடுத்த பந்தைத் திரும்பப் பையில் இட்டு இரண்டாம் பந்து எடுக்கப் படுகின்றமையால் இரண்டாம் பந்து எடுக்கப்படும்போது பையில் உள்ள பந்துகளின் எண்ணிக்கை மாறுவதில்லை. ஆகவே இரண்டாவதாக எடுத்த ஒரு பந்தும் வெள்ளை நிறமாக அல்லது கறுப்பு நிறமாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவும் முதற் சந்தர்ப்பத்தில் எடுத்த பெறுமானங்களையே எடுக்கின்றன. அப்பெறுமானங்கள் உரிய கிளைகளின் மீது காட்டப்பட்டுள்ளன.

இச்சந்தர்ப்பத்தில் ஓர் இடத்திலிருந்து விரியும் கிளைகளின் மீது உள்ள நிகழ்தகவுகளின் கூட்டுத் தொகை 1 என்பதை உறுதிப்படுத்துக.

(ii) இரு சந்தர்ப்பங்களையும் கருத்திற்கொள்ளும்போது இயலத்தக்க நான்கு நிகழ்ச்சிகள் உள்ளன. அவை பின்வரும் அட்டவணையில் உரிய நிகழ்தகவுகளுடன் காட்டப்பட்டுள்ளன.

நிகழ்ச்சி	நிகழ்தகவு	
(W, W)	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$
(W, B)	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$
(B, W)	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$
(B, B)	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$

இங்கு (W, W) மூலம் முதற்பந்து வெள்ளை நிறமாகவும் இரண்டாவதும் வெள்ளை நிறமுள்ளதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ காட்டப்படுகின்றது. இவை சார நிகழ்ச்சிகள் என்பதால் இவற்றை பெருக்குவதன் மூலம் நிகழ்தகவு பெறப்படுகின்றது. இவ்வாறு எடுத்துள்ள (W, W), (W, B), (B, W), (B, B) என்னும் நான்கு நிகழ்ச்சிகளும் தம்முள் புற நீக்குவனவாகும். அதற்குக் காரணம் இந்நான்கு நிகழ்ச்சிகளில் ஒன்று இரண்டு நிகழ்ச்சி கள் ஒரே நேரத்தில் நடைபெற மாட்டாது. இதற்கேற்ப இவ்வுதாரணத்திற்குரிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் கீழே காட்டுவோம்.

(a) இரண்டு முறைகளிலும் வெள்ளைப் பந்துகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(W, W)$$
$$= \frac{2}{9} \text{ (அட்டவணையைக் கொண்டு)}$$

(b) முதலில் ஒரு வெள்ளைப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(W, W) + P(W, B)$$
$$= \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

(c) 1 வெள்ளை நிறப் பந்து மாத்திரம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(W, B) + P(B, W)$$
$$= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

(d) குறைந்த பட்சம் ஒரு வெள்ளைநிறப் பந்தேனும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(W, W) + P(W, B) + P(B, W)$$

$$= \frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{2} = \frac{8}{9}$$

குறிப்பு : பகுதி (d) யின் விடையை $1 - P(B, B)$ இலிருந்தும் பெறலாம்.

இரு நிகழ்ச்சிகளும் சார் நிகழ்ச்சிகளாக இருக்கும் சந்தர்ப்பத்திற்கு ஓர் உதாரணம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

உதாரணம் 2

ஒரு பையில் ஒரே அளவுள்ள 3 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் 2 நீல நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. இவற்றிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு பந்தை வெளியே எடுத்து அதனைத் திரும்பப் பையில் இடாமல் இரண்டாவது பந்தை எடுத்து நிறம் குறிக்கப்படுகின்றது.

(i) மாதிரி வெளியை ஒரு மரவரிப்படத்தில் காட்டுக.

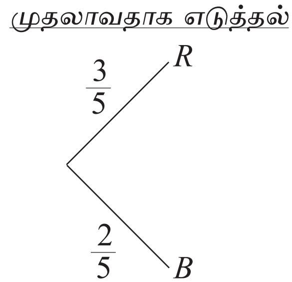
(ii) மரவரிப்படத்தைக் கொண்டு பின்வரும் நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

 (a) இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் ஒரு சிவப்பு நிறப் பந்து கிடைத்தல்.

 (b) ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் மாத்திரம் ஒரு சிவப்பு நிறப் பந்து கிடைத்தல்.

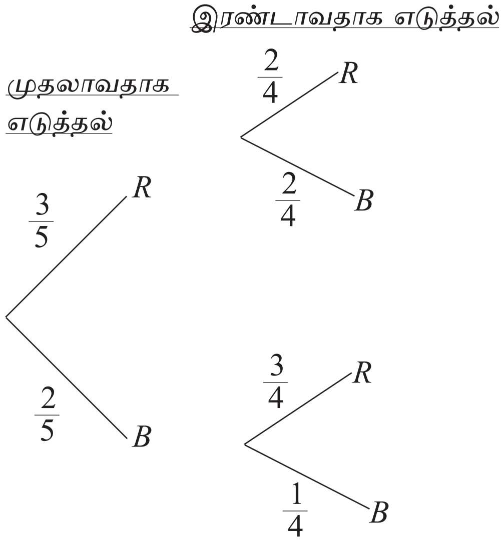
 (c) குறைந்தது ஒரு சந்தர்ப்பத்திலேனும் ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்து கிடைத்தல்.

(i) மரவரிப்படத்தின் முதற்பகுதி கீழே காணப்படுகின்றது.



இங்கு R இன் மூலம் பந்து சிவப்பு நிறமாக இருத்தலும் B இன் மூலம் நீலநிறமாக இருத்தலும் காட்டப்படுகின்றன. பையில் 3 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் 2 நீலநிறப் பந்துகளும் இருக்கின்றமையால் $P(R) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{2}{5}$ ஆகும்.

இந்நிகழ்வு மரவரிப்படத்தில் உரிய கிளைகளின்மீது குறிப்பிடப்படுகின்றது. இப்போது மரவரிப்படத்தின் முதற்பகுதியை விரிவுபடுத்துவதன் மூலம் இரண்டாவதாக எடுப்பதற்குரிய நிகழ்தகவுகளைக் காட்டுவோம்.



இப்பகுதியில் கிளைகளின் மீது காட்டப்படும் நிகழ்தகவுகள் முதற்பகுதியில் உள்ள பெறுமானங்களிலிருந்து வேறுபட்டவையாகும். முதல் நிகழ்ச்சியைக் கருதி இரண்டாம் நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவை எடுக்க வேண்டும்.

முதல் பந்து சிவப்பு நிறமானதெனின், பையில் 2 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் 2 நீலநிறப் பந்துகளும் எஞ்சியிருக்கும்.

$\therefore$ இரண்டாம் பந்து சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{2}{4}$

இரண்டாம் பந்து நீல நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{2}{4}$

முதற் பந்து நீலநிறமாக இருப்பின், பையில் 3 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் 1 நீல நிறப் பந்தும் எஞ்சியிருக்கும்.

$\therefore$ இரண்டாம் பந்து சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{3}{4}$

இரண்டாம் பந்து நீல நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{1}{4}$

இந்நிகழ்தகவுகளை மரவரிப்படத்தில் உரிய கிளைகளின் மீது குறித்து நிகழ்ச்சி அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவோம். இந்நான்கு நிகழ்ச்சிகளினதும் நிகழ்வுகளின் மொத்தம் 1 என்பதை உறுதிப்படுத்துக.

நிகழ்ச்சி	நிகழ்தகவு	
(R, R)	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$	$\frac{6}{20}$
(R, B)	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$	$\frac{6}{20}$
(B, R)	$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$	$\frac{6}{20}$
(B, B)	$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$	$\frac{2}{20}$

இவ்வட்டவணையில் உள்ள (R, R), (R, B), (B, R), (B, B) ஆகிய நிகழ்ச்சிகள் தம்முள் புறநீக்குகின்றன. ஆகவே மரவரிப்படத்தைக் கொண்டு ஒரு குறித்த நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவைக் காண்பதற்கு நாம் அட்டவணையினூடாக அதற்குரிய நிகழ்ச்சிகளைத் தெரிந்தெடுத்து அவை நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவுகளின் கூட்டுத்தொகையைப் காணல் வேண்டும்.

(a) இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் ஒரு சிவப்பு நிறப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(R, R)$$

$$= \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

(b) ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் மாத்திரம் ஒரு சிவப்பு நிறப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(R, B) + P(B, R)$$

$$= \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

(c) குறைந்தப்பட்சம் ஒரு முறையேனும் ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

குறிப்பு : பகுதி c யின் விடையை $1 - P(B, B)$ இலிருந்தும் பெறலாம்.

$$= P(R, B) + P(B, R) + P(R, R)$$

$$= \frac{6}{20} + \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

பயிற்சி 25.3

1. ஒரே வகையான 10 மின்குமிழ்கள் உள்ள ஒரு பெட்டியில் 3 மின்குமிழ்கள் பழுதானவை ஆகும். நிமலன் அவற்றில் ஒரு குமிழை எழுமாற்றாக எடுத்து அது பழுத்துள்ளதாவெனச் சோதித்து அதனைத் மீண்டும் இடமால் இரண்டாம் மின்குமிழை எடுத்துச் சோதிக்கின்றான்.

(i) இந்த எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் மாதிரிவெளியை ஒரு மரவரிப் படத்தில் காட்டுக.

(ii) முதலில் ஒரு பழுதுள்ள மின்குமிழ்கள் கிடைத்தல், இரண்டாவதாகவும் ஒரு பழுதுள்ள மின்குமிழ் கிடைத்தல் என்னும் நிகழ்ச்சிச் சோடி சார் நிகழ்ச்சிகள் என நிமலன் கூறுகின்றான். அது சரியா, பிழையா எனக் காரணங்களுடன் காட்டுக.

(iii) மரவரிப்படத்தைக் கொண்டு பின்வரும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(a) எடுத்த இரு மின்குமிழ்களும் பழுதுள்ளனவாக இருத்தல்.

(b) எடுத்த ஒரு மின்குமிழ் மாத்திரம் பழுதுள்ளதாக இருத்தல்.

(c) குறைந்தபட்சம் ஒரு மின்குமிழேனும் பழுதுள்ளதாக இருத்தல்.

2. A என்னும் ஓர் உதைப்பாந்தாட்ட வீரர் குறித்த ஒரு போட்டியில் விளையாடுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{4}$ உம் வீரர் A அப்போட்டியில் விளையாடினால் வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{8}$ உம் ஆவதுடன் விளையாடாவிடின் வெற்றி பெறுவதும் தோல்வியடைவதும் சமதகவுடையவனவாகும். இப்போட்டியானது வெற்றி, தோல்வி இன்றி நிறைவு பெற்றது.

(i) A என்னும் வீரர் இப்போட்டியில் விளையாடாதிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) A என்னும் வீரர் இப்போட்டியில் விளையாடாதிருப்பின் வெற்றி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) A என்னும் வீரர் விளையாடுவதையும் விளையாடாதிருப்பதையும் முதல் பகுதியிலும் போட்டியில் வெற்றி பெறுவதையும் தோல்வியடைவதையும் இரண்டாவது பகுதியிலும் கொண்டு மாதிரிவெளியை ஒரு மரவரிப் படத்தில் குறிக்க.

(iv) மரவரிப் படத்திலிருந்து இந்த உதைப்பந்தாட்டக் குழு போட்டியில் வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(v) A என்னும் வீரர் இப்போட்டியில் விளையாடுதல் கூடிய அனுகூலமுடையதா என்பதைக் காரணங்களுடன் தருக.

3. ஒரு பையில் ஒரே அளவுள்ள 4 விளாம்பழங்களும் 3 விளாங்காய்களும் உள்ளன. கண்ணன் இவற்றில் ஒன்றை எழுமாற்றாக எடுத்து அது பழமெனின் அதனைத் திரும்பப் பையில் இடாமல் இரண்டாவதை எடுத்தான். முதலில் எடுத்தது காய் எனின், அதனைத் திரும்பப் பையில் இட்டு இரண்டாவதை எடுத்தான்.

(i) இந்த எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் மாதிரிவெளியை ஒரு மரவரிப் படத்தில் காட்டுக.

(ii) கண்ணனின் பின்வரும் கூற்றுகளில் எவை பிழையெனக் காரணங்களுடன் காட்டுக.

(a) ''முதலில் எடுத்தது பழமாகவும் இரண்டாவதாக எடுத்தது பழமாகவும் இருத்தல் இரு சாரா நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.''

(b) ''முதலில் எடுத்தது காயாகவும் இரண்டாவதாக எடுத்தது காயாகவும் இருத்தல் இரு சார் நிகழ்ச்சிகள்.''

(iii) மரவரிப்படத்தைக் கொண்டு பின்வரும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(a) எடுத்த இரண்டும் பழமாக இருத்தல்.

(b) இரண்டாவதாக எடுத்தது பழமாக இருத்தல்.

(c) எடுத்த இரண்டில் ஒன்று மாத்திரம் பழமாக இருத்தல்.

4. மோகனின் மாட்டுப் பண்ணையில் 5 எருதுகளும் 15 பசுக்களும் உள்ளன. நாதனின் மாட்டுப் பண்ணையில் 2 எருதுக்களும் 8 பசுக்களும் உள்ளன. மோகனும் நாதனும் ஒரு மாடு வீதம் பரிமாற்றிக் கொள்வதற்கு உடன்பட்டனர். முதலில் மோகன் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த ஒரு மாட்டை நாதனுக்கு அனுப்பிய பின்னர் நாதன் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த ஒரு மாட்டை மோகனுக்கு அனுப்பினார்.

(i) மாதிரி வெளியை ஒரு மரவரிப்படத்தில் காட்டுக.

(ii) அதனைக் கொண்டு பின்வரும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(a) பரிமாறுகையால் மோகனின் மாட்டுப் பண்ணையில் ஓர் எருது குறைதல்.

(b) பரிமாறியமையால் மோகனின் மாட்டுப் பண்ணையில் ஓர் எருது அதிகரித்தல்.

(c) பரிமாறியமையால் இரு மாட்டுப் பண்ணைகளிலும் எருதுகளும் எண்ணிக்கையும் பசுக்களும் எண்ணிக்கையும் மாறாதிருத்தல்.

(iii) ஒரே நாளில் மோகனும் நாதனும் நமது மாட்டுப் பண்ணைகளிலிருந்து ஒரு மாடு வீதம் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்து நண்பன் அப்துலின் வீட்டிற்குச் சென்று அங்கு இரு மாடுகளையும் பரிமாறிக் கொண்டு மாட்டுப் பண்ணைகளில் விடுவித்தனர் எனின் மேலே (ii) இல் உள்ள நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

5. ஒரு நோய்க்கு வழங்கப்படும் X, Y ஆகிய மருந்துகள் முறையே 90%, 80% நோயைக் குணப்படுத்தின. ஒரு மருந்தினால் குணப்படுத்தாவிட்டால் மற்றைய மருந்து கொடுக்கப்படும். அதுவும் வெற்றி அளிக்காவிடின் அறுவைச் சிகிச்சை மேற்கொள்ளப்படும்.

(i) ஒரு நோயாளிக்கு முதலில் கொடுக்கப்படுவதற்கு உகந்த மருந்தைக் காரணங்களுடன் காட்டுக.

(ii) இருவகை மருந்துகளை வழங்கிய பின்னர் நோய் குணப்படுவதற்கான நிகழ்தகவை பின்னமாகத் தருக.

(iii) ஒரு நோயாளியில் அறுவை சிகிச்சையை மேற்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவைத் தசமமாகக் காட்டுக.

6. ஒரு நிறுவனத்தில் பணியாற்றும் எழுதுநர் பதவியையும் தொழிலாளர் பதவியையும் வகிப்பவர்களின் தகவல்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் காணப்படுகின்றது.

பால் / பதவி	ஆண்	பெண்	மொத்தம்
எழுதுநர்	5	8	13
தொழிலாளர்	2	1	3
மொத்தம்	7	9	16

(i) இந்நிறுவகத்திலிருந்து எழுமாற்றாக தெரிந்தெடுத்த ஒருவர்
(a) தொழிலாளர் பதவியை வகிப்பவராக
(b) பெண் எழுதுனராக
(c) பெண் எனின் அவர் தொழிலாளர் பதவியை வகிப்பவராக
இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) இந்நிறுவனத்திலிருந்து எழுதுநர் பதவியை வகிக்கும் ஒருவரும் தொழிலாளர் பதவி வகிக்கும் ஒருவரும் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றன.
(a) இயலத்தக்க எல்லா பேறுகளையும் ஒரு மரவரிப்படத்தில் காட்டுக.
(b) அதிலிருந்து, தெரிந்தெடுத்த இருவரிடையே ஒருவரேனும் ஆணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

7. ஒரு பெட்டியில் ஒரே அளவுள்ள 2 வெள்ளை நிறப் பந்துகளும் 1 கறுப்பு நிறப் பந்தும் உள்ளன. இவற்றிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு பந்தை வெளியே எடுத்து அதனை வெளியே இட்டு ஓர் இரண்டாம் பந்து எடுக்கப்படுகின்றது. இவ்வாறு எடுத்த இரு பந்துகளிடையே குறைந்தபட்சம் ஒன்றேனும் வெள்ளைப் பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

8. *A* என்னும் ஒரு பெட்டியில் 3 நீல நிற மாபிள்களும் 2 சிவப்பு நிற மாபிள்களும் உண்டு. *B* என்னும் ஒரு பெட்டியில் 4 நீல நீல நிற மாபில்களும் 5 சிவப்பு நிற மாபிள்களும் உண்டு. பெட்டி *A* இலிருந்து ஒரு மாபிளை எடுத்து பெட்டி *B* இலும் பெட்டி *B* இலிருந்து ஒரு மாபிளை எடுத்து பெட்டி *A* இலும் இடப்படுகின்றது. பெட்டி *A* இலுள்ள மாபிள்களின் நிறத் தொகுதி மாறாதிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

9. ஒரு குறித்த மகாவித்தியாலயத்தின் தரம் 11 இல் மூன்று சமாந்தர வகுப்புகள் உள்ளன. இம்மூன்று வகுப்புகளிலும் மாணவர் எண்ணிக்கைகள் 2: 2: 3 என்னும் விகிதத்தில் உள்ளன. இம்மூன்று வகுப்புகளிலும் *A*, *B*, *C* என்ற மூன்று ஆசிரியர்கள் கணிதம் கற்பிக்கின்றனர். அதிபர் தமது நம்பிக்கையின் மீது பின்வரும் கூற்றை எடுத்துரைத்துள்ளார். " *A* கற்பிக்கும் வகுப்பில் 90%மாணவர்களும், *B* கற்பிக்கும் வகுப்பில் 80% மாணவர்களும் *C* கற்பிக்கும் வகுப்பில் 60% மாணவர்களும் எதிர்வரும் பரீட்சையில் சித்தியடைவார்கள்'' இக்கூற்றின்படி,

(i) அப்பாடசாலையின் தரம் 11 இலிருந்து எழுமாற்றாகத் தேர்ந்தெடுத்த ஒரு மாணவன் பரீட்சையில் சித்தியடைந்தவனாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) மேலே (i) இன் விடை மீது சித்தியடைந்த சதவீதத்தை மதிப்பிடுக.