21 வட்ட நாற்பக்கல்கள்

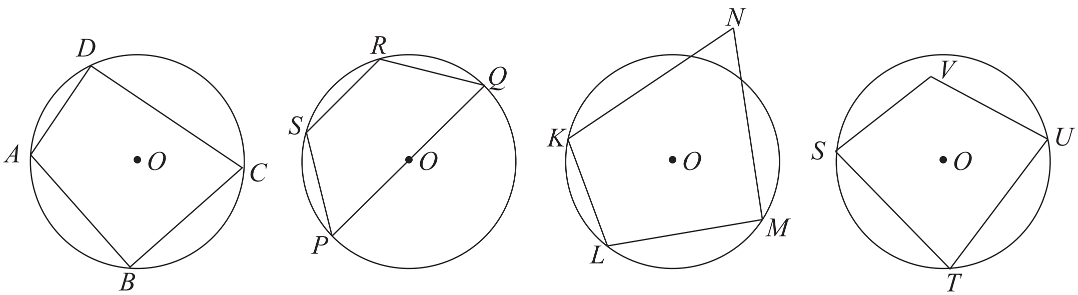
இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்

- வட்ட நாற்பக்கலை அறிந்து கொள்வதற்கும் ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள் மிகைநிரப்பிகளாகும் என்னும் தேற்றத்தையும் அதன் மறுதலையையும் அறிந்துகொள்ளவும்
- ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் ஒரு புறக் கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணத்திற்கு சமனாகும் என்னும் தேற்றத்தையும் அதன் மறுதலையையும் அறிந்து கொள்ளவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

21.1 வட்ட நாற்பக்கல்

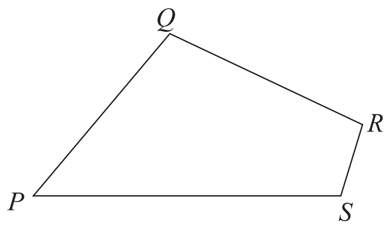
ஒரு நாற்பக்கலின் நான்கு உச்சிகளும் ஒரு வட்டத்தின் மீது அமைந்திருப்பின் அந்நாற்பக்கல் ஒரு **வட்ட நாற்பக்கல்** எனப்படும்.



(i) (ii) (iii) (iii)

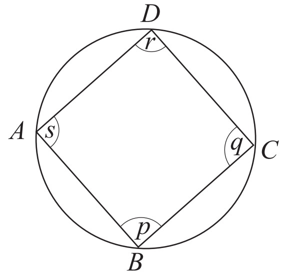
மேலேயுள்ள உருக்களில் தரப்பட்டுள்ளவாறு (i), (ii) ஆகிய உருக்களில் உள்ள $ABCD$, $PQRS$ ஆகியன **வட்ட நாற்பக்கல்கள்** என்பதும் (iii), (iv) ஆகிய உருக்களில் உள்ள நாற்பக்கல்கள் **வட்ட நாற்பக்கல்கள்** அல்ல என்பதும் தெளிவாகும்.

ஒரு வட்ட நாற்பக்கலில் யாதாயினுமொரு கோணத்தின் எதிர்க் கோணம் எனப்படுவது அதற்கு முன்னே உள்ள கோணமாகும். உதாரணமாக கீழே தரப்பட்டுள்ள நாற்பக்கல் $PQRS$ இல் P யின் எதிர்க் கோணம் R உம் Q Â ß Gv ºU÷Põ n ® S E® B S®.



J ¸ Ámh |õØ£UP¼ß Gvº÷Põn [PÐUQøh° »õÚ öuõhºø£¨ ¤ßÁ¸® ö\¯Ø£õmi ÀDk£mk ÂÍ[QU öPõÒ÷Áõ®.

செயற்பாடு 1



- உருவிலுள்ளவாறு ஒரு வட்ட நாற்பக்கலை வரைந்து கொள்க.
- வட்ட நாற்பக்கலின் கோணங்களை வெட்டி வேறாக்கிக் கொள்க.
- வேறாக்கிய கோணங்களில் p, r என்பன மூலம் தரப்படும் கோணச் சோடியையும் q , s என்பன மூலம் தரப்படும் கோணச் சோடியையும் வெவ்வேறாக அடுத்துள்ள கோணங்கள் ஆகுமாறு ஒரு தாளில் ஒட்டிக் கொள்க. அவை மிகைநிரப்பிகளா? (அதாவது கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° BQßÓuõ) GÚ AÍ¢x £õºUP.
- இதன் மூலம் ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள் தொடர்பாக நீர் எடுக்கக்கூடிய முடிபு யாது?

$\hat{p} + \hat{r} = 180^{\circ}$ உம் $\hat{q} + \hat{s} = 180^{\circ}$ உம் ஆகின்றதென்பது உங்களுக்கு விளங்கும். இத்தொடர்பைக் கீழே உள்ளவாறு ஒரு தேற்றமாக முன்வைக்கலாம்.

தேற்றம்:
ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள் மிகைநிரப்பிகளாகும்.

மேற்குறித்த தேற்றத்தைத் தரப்பட்டுள்ள உருவிற்கேற்பப் பின்வருமாறு முன்வைக்கலாம்.

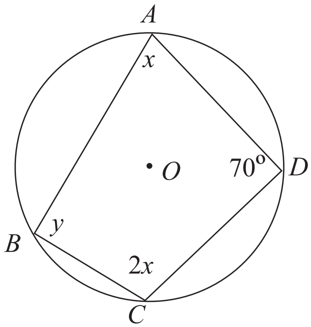
$$A\hat{B}C + C\hat{D}A = 180^{\circ}$$

$$D\hat{C}B + D\hat{A}B = 180^{\circ}$$

மேற்குறிப்பிட்ட தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி கணித்தல்களைச் செய்யும் முறையை ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

தரப்பட்டுள்ள உருவிலுள்ள வட்ட நாற்பக்கல் $ABCD$ இல் x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள் மிகைநிரப்பிகள் என்பதால்,

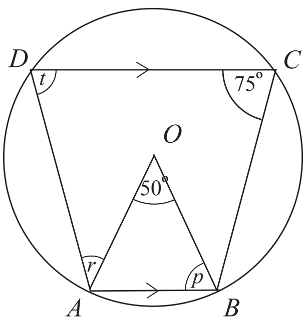
$$70^{\circ} + y = 180^{\circ}$$
$$\therefore \; y = 180^{\circ} - 70^{\circ}$$
$$y = 110^{\circ}$$

ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள் மிகைநிரப்பிகள் என்பதால்,

$$x + 2x = 180^{\circ}$$
$$3x = 180^{\circ}$$
$$\therefore \; x = 60^{\circ}$$

உதாரணம் 2

உருவிலுள்ள O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தில் $AB//CD$ ஆகும். குறியீடுகள் மூலம் தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பருமனைக் காண்க.



$O\hat{A}B = O\hat{B}A$ ($OA=OB$ ஆகியன ஒரே வட்டத்தின் ஆரைகள் என்பதால் சமனானவை)

$\therefore \; p + p + 50^{\circ} = 180^{\circ}$ (• U÷Põ o OAB யின் அகக் கோணங்கள்)

$$p = \frac{180^{\circ} - 50^{\circ}}{2}$$
$$= 65^{\circ}$$

$D\hat{C}B + D\hat{A}B = 180^{\circ}$ (வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள்)

$$75^{\circ} + D\hat{A}B = 180^{\circ}$$
$$D\hat{A}B = 180^{\circ} - 75^{\circ}$$
$$= 105^{\circ}$$

$B\hat{A}O + O\hat{A}D = 105^\circ$

$\therefore \quad 65^\circ + r = 105^\circ$

$r = 105^\circ - 65^\circ$

$r = 40^\circ$

நேயக் கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 180° என்பதால்

$t + 105^\circ = 180^\circ$

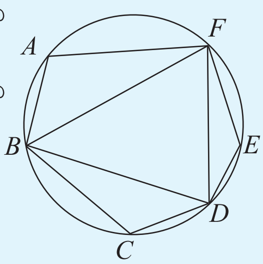
$\therefore \quad t = 180^\circ - 105^\circ$

$t = 75^\circ$

பயிற்சி 21.1

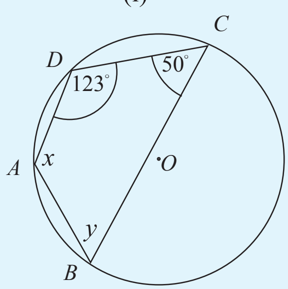
1. (i) உருவிலுள்ள எல்லா வட்ட நாற்பக்கல்களையும் எழுதுக.

(ii) மேலே பெயரிட்ட ஒவ்வொரு வட்ட நாற்பக்கலினதும் இரண்டு எதிர்க்கோணச் சோடிகளை எழுதுக.

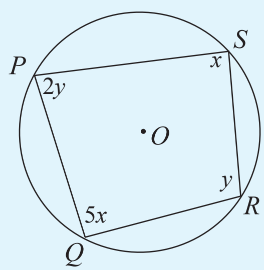


2. தரப்பட்டுள்ள தகவல்களைப் பயன்படுத்திக் குறியீடுகளால் தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோணத்தின் பருமனைக் காண்க. உருக்களில் மையம் O எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளது.

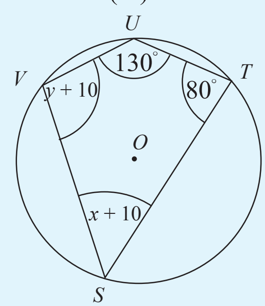
(i)



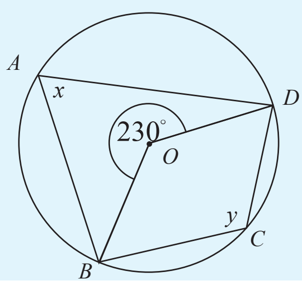
(ii)



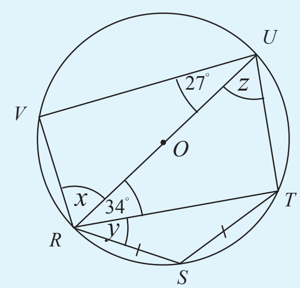
(iii)



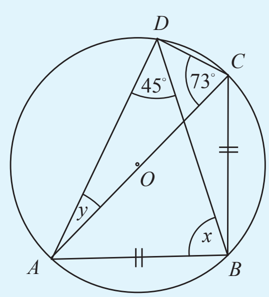
(iv)



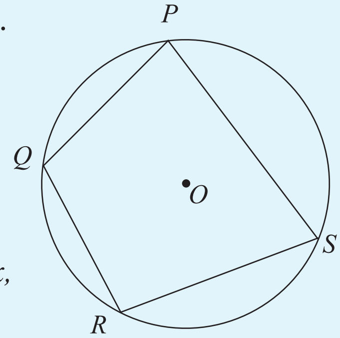
(v)



(vi)



3. உருவில் O வை மையமாகவுடைய ஒரு வட்டம் தரப்பட்டுள்ளது.



a. $\hat{P} = 60^\circ, \hat{S} = 125^\circ$, ஆயின் $\hat{R}, \hat{Q}$ இன் பெறுமானம்.

b. $\hat{P} : \hat{R} = 2 : 3$ ஆயின் $\hat{P}, \hat{R}$ இன் பெறுமானம்.

c. $\hat{Q} - \hat{S} = 120^\circ$ ஆயின் $\hat{S}, \hat{Q}$ இன் பெறுமானம்.

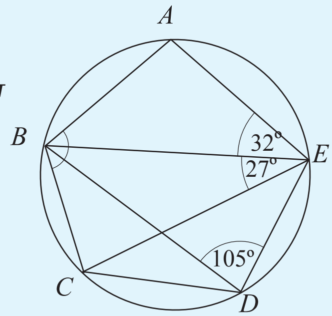
e. $2\hat{P} = \hat{R}$ ஆயின் $\hat{P}$ இன் பெறுமானம்.

f. $\hat{P} = 2x + y, \hat{Q} = x + y; \hat{R} = 60^\circ, \hat{S} = 90^\circ$ ஆயின் x, y இன் பெறுமானம்.

ஆகியவற்றைக் காண்க.

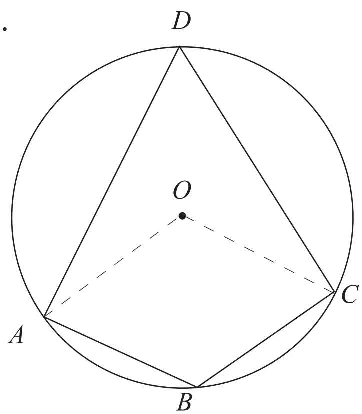
4. O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தின் பரிதியின் மீது A, B, C, D, E, F ஆகிய புள்ளிகள் அமைந்துள்ளன.
$F\hat{A}B + B\hat{C}D + D\hat{E}F$ இன் பெறுமானம் காண்க.

5. உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்பக் கீழேயுள்ள ஒவ்வொரு கோணத்தின் பெறுமானத்தையும் காண்க.



a. $B\hat{A}E$ b. $C\hat{B}A$ c. $C\hat{B}E$

மேலே குறிப்பிட்ட ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க்கோணங்கள் மிகைநிரப்பிகளாகும் என்னும் தேற்றத்தை நிறுவும் முறையை நாம் ஆராய்வோம்.



தரவு: $ABCD$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கலாகும். O மையமாகும்.

நி.வே: $A\hat{B}C + A\hat{D}C = 180^\circ$
$D\hat{A}B + D\hat{C}B = 180^\circ$

அமைப்பு: OA, OC ஆகியவற்றை இணைக்க.

நிறுவல்:

$A\hat{O}C = 2\,A\hat{D}C$ (மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணம் பரிதியில் எதிரமைக்கும் கோணத்தின் இருமடங்காகும்.)

$A\hat{O}C$ (பின்வளை) $= 2\,A\hat{B}C$ (மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணம் பரிதியில் எதிரமைக்கும் கோணத்தின் இருமடங்காகும்.)

$\therefore\ A\hat{O}C + A\hat{O}C$ (பின்வளை) $= 2\,A\hat{D}C + 2\,A\hat{B}C$

ஆனால் $A\hat{O}C + A\hat{O}C$ (பின்வளை) $= 360^{\circ}$ (ஒரு புள்ளிக் கோணம்)

$\therefore\ 2\,A\hat{D}C + 2\,A\hat{B}C = 360^{\circ}$

அப்போது $A\hat{D}C + A\hat{B}C = 180^{\circ}$

இவ்வாறு OB, OD ஆகியவற்றை இணைப்பதன் மூலம்

$\therefore\ D\hat{A}B + D\hat{C}B = 180^{\circ}$ எனக் காட்டலாம்.

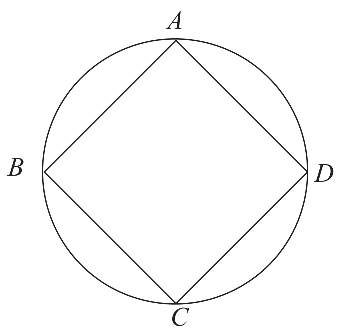
$\therefore$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாகும்.

இத்தேற்றத்தின் மறுதலையும் உண்மையானதாகும். அதாவது ஒரு நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆயின் அந்நாற்பக்கலின் உச்சிகள் ஒரு வட்டத்தின் மீது அமைந்திருக்கும். அதனை ஒரு தேற்றமாக கீழே உள்ளவாறு முன்வைக்கலாம்.

தேற்றம் : ஒரு நாற்பக்கலின் ஒரு சோடி எதிர்க் கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாயின் அந்நாற்பக்கல் ஒரு வட்ட நாற்பக்கலாகும்.

மேற்குறித்த தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி ஏறிகளை நிறுவும் விதத்தை இப்போது பார்போம்.

உதாரணம் 1



உருவில் தரப்பட்டுள்ள வட்ட நாற்பக்கல் $ABCD$ இல் $AB = AD$ உம் $CB = CD$ உம் ஆகும்.

(i) $\Delta ABC \equiv \Delta ACD$ எனக் காட்டுக.

(ii) AC ஆனது ஒரு விட்டம் என்பதை உய்த்தறிக.

(i) ABC, ADC ஆகிய முக்கோணிச் சோடிகளைக் கருதும்போது

$AB = AD$ (தரவு)

$BC = DC$ (தரவு)

AC பொதுப் பக்கம்

$\therefore\ \Delta ABC \equiv \Delta ACD$ (ப.ப.ப.)

(ii) $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ (ஒருங்கிசைவான முக்கோணிகளில் ஒத்த உறுப்புகள் சமனானவை)

ஆனால் $A\hat{B}C + A\hat{D}C = 180^{\circ}$ (ஒரு வட்ட நாற்பக்கலில் எதிர்க் கோணங்கள் மிகைநிரப்பிகளாகும்)

$\therefore\ A\hat{B}C + A\hat{B}C = 180^{\circ}$ ($\because\ A\hat{B}C = A\hat{D}C$)

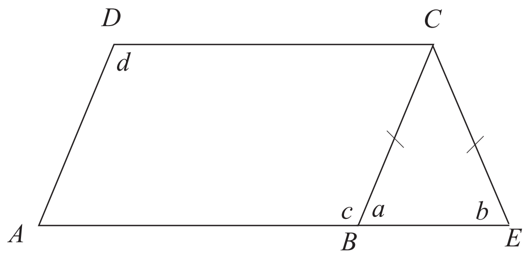
$2\,A\hat{B}C = 180^{\circ}$

$\therefore\ A\hat{B}C = 90^{\circ}$

$\therefore$ AC ஆனது விட்டம் ஆகும். (அரைவட்டக் கோணம் 90° என்பதால்)

உதாரணம் 2

இணைகரம் $ABCD$ இல் $CB = CE$ ஆகுமாறு பக்கம் AB ஆனது E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $AECD$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கல் எனக் காட்டுக.



$a = b$ ($CE = CB$ என்பதால்)

$c = 180^{\circ} - a$ (நேர்கோணம்)

$c = 180^{\circ} - b$ ($a = b$ என்பதால்) ——— 1

$c = d$ (இணைகரம் $ABCD$ ° ß Gv ºU ÷Põ n [PÒ) ——— 2

1, 2 C¼ ¸ ¢x

$d = 180^{\circ} - b$

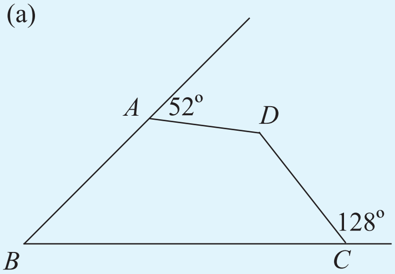
$\therefore b + d = 180^{\circ}$

நாற்பக்கல் $AECD$ இல் எதிர்க் கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 180° என்பதால் அந்நாற்பக்கல் வட்ட நாற்பக்கலாகும்.

பயிற்சி 21.2

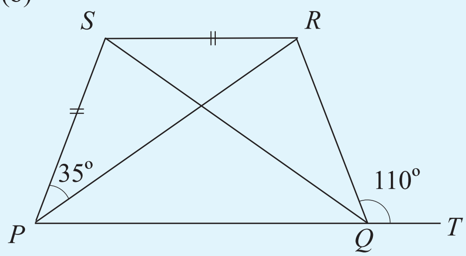
1. கீழே ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் தரப்பட்டுள்ள நாற்பக்கல் வட்ட நாற்பக்கல் ஆகுமா, இல்லையா? என்பதைக் காரணங்களுடன் விளக்குக.

(a)



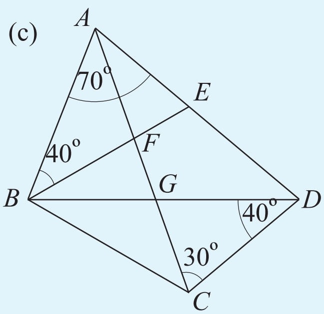
நாற்பக்கல் $ABCD$

(b)



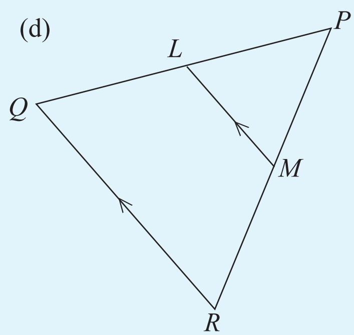
நாற்பக்கல் $PQRS$

(c)



நாற்பக்கல் $FGDE$

(d)



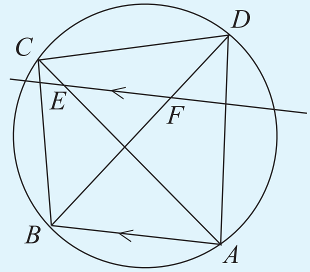
$PQ = PR$ B ° ß நாற்பக்கல் $QRML$

2. நாற்பக்கல் $PQRS$ CÀ $\hat{P} = \hat{Q}$ E® $\hat{R} = \hat{S}$ E® B S®. $PQRS$ J ¸ Ámh |õØ£UPÀ GÚU Põm k P.

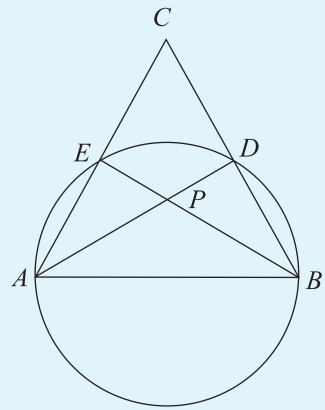
3. வட்ட நாற்பக்கல் $ABCD$ இல் AC இணைக்கப்பட்டுள்ளது. $B\hat{A}C = A\hat{D}C - A\hat{C}B$ எனக் காட்டுக.

4. நாற்பக்கல் $ABCD$ CÀ $A\hat{B}D + A\hat{D}B = D\hat{C}B$ ஆகுமாயின் A, B, C, D ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே வட்டத்தின் மீது அமையும் எனக் காட்டுக.

5. E¸ ÂÀ uµ¨£mkÒÍ uPÁÀPÎ¼¸¢x $CDFE$ J¸ Ámh |õØ£UPÀGÚ {ÖÄP.



6. தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB Âmh©õ° ß $A\hat{P}B = C\hat{A}B + A\hat{B}C$ GÚU Põmk P.

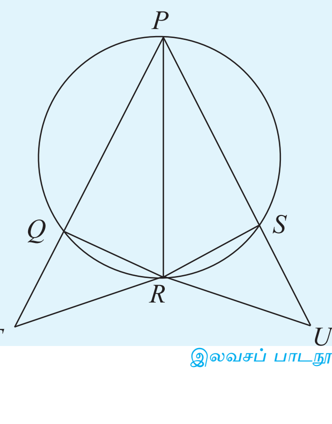


7. முக்கோணி PQR இல் பக்கம் PQ ஆனது S வரையும் பக்கம் PR ஆனது T வரையும் நீட்டப்பட்டுள்ளன. $S\hat{Q}R$, $Q\hat{R}T$ ஆகியவற்றின் இருசம கூறாக்கிகள் X இலும் $P\hat{Q}R$, $P\hat{R}Q$ ஆகியவற்றின் இருசமகூறாக்கிகள் Y இலும் ஒன்றையொன்று சந்திக்கின்றன.

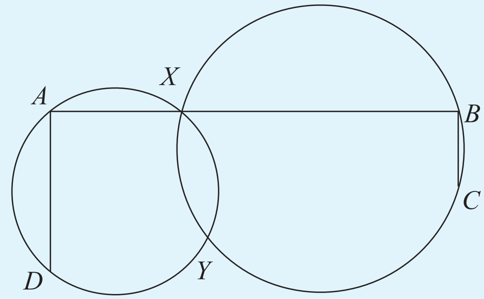
(i) $QXRY$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கல் எனவும் XY ஆனது ஒரு விட்டம் எனவும் காட்டுக.

(ii) $Q\hat{P}R = 40^{o}$ ஆயின் $Q\hat{X}R$ இன் பெறுமானம் காண்க.

8. வட்ட நாற்பக்கல் $PQRS$ இல் PR விட்டமாகும். PQ, SR ஆகிய பக்கங்களை நீட்டும்போது அவை T இலும் QR, PS ஆகிய பக்கங்களை நீட்டும்போது அவை U இலும் சந்திக்கின்றன. TU என்பது வட்ட நாற்பக்கல் $TUSQ$ இன் விட்டம் எனக் காட்டுக.

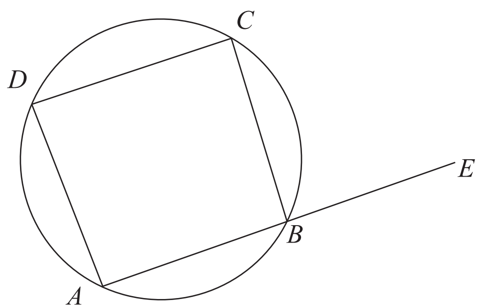


9. உருவிலுள்ள இரண்டு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று X, Y என்பவற்றில் இடைவெட்டுகின்றன. X C Þ hõP Á øµ¯¨£mh ÷|º÷PõhõÚ x Cµs k Ámh[PøÍ ²® A, B BQ¯ÁØÔÀ \¢vUQßÓx. AD, BC ஆகியன சமாந்தரமாகுமாறு D, C ஆகிய புள்ளிகள் வட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ளன. DYC ஓர் நேர்கோடு எனக் காட்டுக.

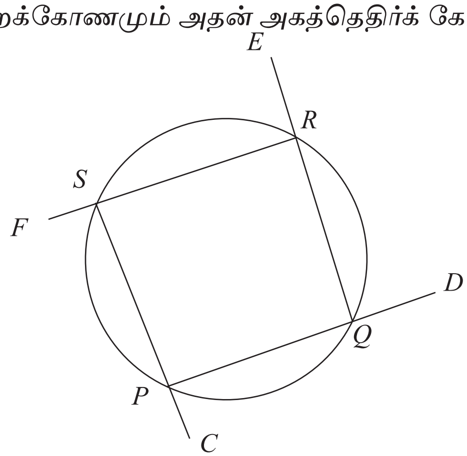


21.3 ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் புறக் கோணத்திற்கும் அகத்தெதிர்க் கோணத்திற்கும் இடையிலான தொடர்பு

தரப்பட்ட உருவில் உள்ள வட்ட நாற்பக்கல் $ABCD$ இல் பக்கம் AB ஆனது E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது.



இங்கு $C\hat{B}E$ ஆனது புறக்கோணமும் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணம் $A\hat{D}C$ உம் ஆகும்.



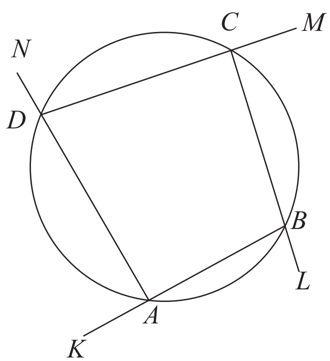
÷©÷» ²Ò Í உருவில் தரப்பட்டுள்ள வட்ட நாற்பக்கல் $PQRS$ ஐக் கருதும்போது, கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையை பூரணப்படுத்தலாம்.

நீட்டப்பட்ட பக்கம்	புறக் கோணம்	அகத்தெதிர்க் கோணம்
PQ	$D\hat{Q}R$	$P\hat{S}R$
QR	$E\hat{R}S$	$Q\hat{P}S$
RS	$F\hat{S}P$	$P\hat{Q}R$
SP	$Q\hat{P}C$	$Q\hat{R}S$

ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் புறக்கோணம், அகத்தெதிர்க் கோணம் ஆகிய வற்றுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பு கீழேயுள்ள தேற்றத்தில் முன்வைக்கப்படுகின்றது.

தேற்றம்

ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் ஒரு பக்கத்தை நீட்ட உண்டாகும் புறக் கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணத்திற்குச் சமனாகும்.



இத்தேற்றத்திற்கேற்ப மேலேயுள்ள உருவின்படி பின்வருமாறு கோணங்கள் சமப்படும்.

$$D\hat{A}K = B\hat{C}D$$

$$A\hat{B}L = C\hat{D}A$$

$$B\hat{C}M = B\hat{A}D$$

$C\hat{D}N = A\hat{B}C$ ஆகும்.

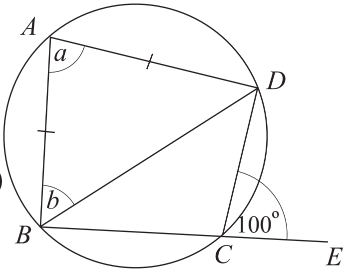
இத்தேற்றம் ஏன் உண்மையாகின்றது என்பதை ஆராய்வோம். உதாரணமாக மேலேயுள்ள உருவில்

$D\hat{A}B$, $B\hat{C}M$ BQ¯ ÷Põ n [PÒ \©ÚõÁuØPõÚ Põµn zøu Bµõ´÷Áõ®. $ABCD$ J ¸ Ámh |õØ£UPÀ Gß£uõÀ $D\hat{A}B + B\hat{C}D = 180^\circ$ B S®. AÆÁõ÷Ó DCM J ¸ ÷|º÷Põk Gß£uõÀ

$B\hat{C}D + B\hat{C}M = 180^\circ$, $D\hat{A}B + B\hat{C}D = B\hat{C}D + B\hat{C}M$ B S®. C ¸ £UP • ® $B\hat{C}D$ IUPÈUS®÷£õx $D\hat{A}B = B\hat{C}M$ GÚ¨ ö£Ó¨£k®.

உதாரணம் 1

uµ¨£mkÒÍ E ¸ Â¾Ò Í a, b BQ¯ÁØÔß ö£Ö©õÚ [Pø ÍUPõ s P.



J ¸ Ámh |õØ£UP¼ß ¦ÓU ÷Põ n ® APzöuv ºU ÷Põ n zvØSa \©ß Gß£uõÀ

$a = 100^\circ$

$A\hat{D}B = b$ ($AB = AD$ Gß£uõÀ)

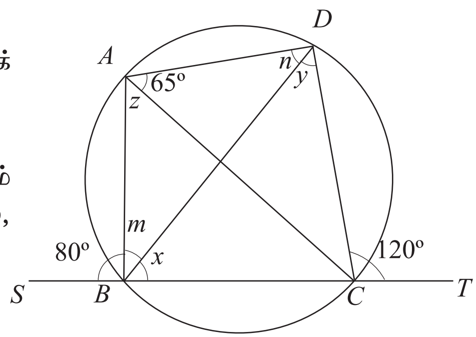
$a + b + b = 180^\circ$ (J ¸ • U÷Põ o ° ß APU÷Põ n [PÒ)

$100^\circ + 2b = 180^\circ$

$b = 40^\circ$

உதாரணம் 2

தரப்பட்டுள்ள உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள x, y, z, n, m ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



$x = 65^\circ$ (ஒரே துண்டக் கோணம்)

ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் புறக் கோணம் அகத்தெதிர்க் கோணத்துக்குச் சமன் என்பதால்,

$B\hat{A}D = D\hat{C}T$

$B\hat{A}D = 120^\circ$

$z + 65^\circ = 120^\circ$

$z = 55^\circ$

$z = y$ (ஒரே துண்டக் கோணங்கள்)

$\therefore \ y = 55^\circ$

ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் புறக்கோணம் அகத்தெதிர்க் கோணத்துக்குச் சமன் என்பதால்,

$A\hat{D}C = A\hat{B}S = 80^\circ$

$\therefore \ n + y = 80^\circ$

$n + 55^\circ = 80^\circ$

$n = 80^\circ - 55^\circ$

$\therefore \ n = 25^\circ$

$80^\circ + m + x = 180^\circ$ (நேர் கோணம்)

$C\hat{A}D = x$ (ஒரே வட்டத் துண்டக் கோணங்கள்)

$80^{\circ} + m + 65^{\circ} = 180^{\circ}$

$m = 180^{\circ} - 145^{\circ}$

$m = 35^{\circ}$

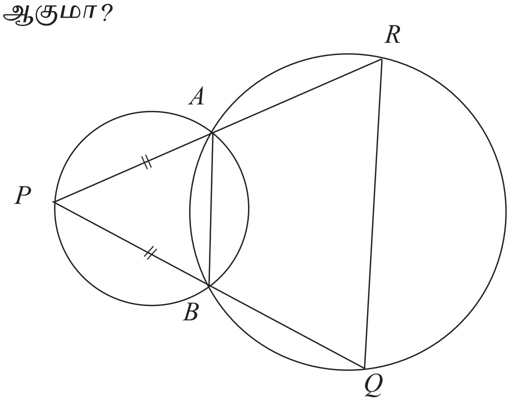
உதாரணம் 3

உருவில்தரப்பட்டுள்ளஇரண்டுவட்டங்களும் A, B ஆகியவற்றில்இடைவெட்டுவதுடன் $PA = PB$ ஆகும்.

$A\hat{P}B = 70^{\circ}$ ஆயின்

(i) $A\hat{R}Q$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii) $AB//RQ$ ஆகுமா?



(i) முக்கோணி APB இல்

$$P\hat{A}B = P\hat{B}A \quad (PA = PB \text{ என்பதால்})$$

$$\therefore \quad P\hat{A}B = P\hat{B}A = \frac{180^{\circ} - 70^{\circ}}{2} = 55^{\circ}$$

மேலும் $A\hat{B}P = A\hat{R}Q$ (வட்ட நாற்பக்கல் $ABQR$ இல் புறக் கோணம் = அகத்தெதிர்க் கோணம்)

$$\therefore \quad A\hat{R}Q = 55^{\circ}$$

(ii) $P\hat{A}B = A\hat{R}Q = 55^{\circ}$ ஆகும்.

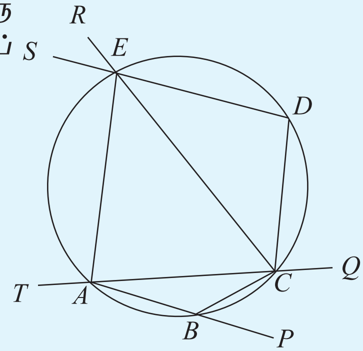
$\therefore$ $AB//RQ$ ஆகும். (ஒத்த கோணங்கள் சமன் என்பதால்)

பயிற்சி 21.3

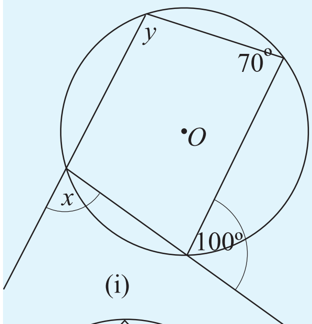
1. உருவிலிருந்து கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோணத்துக்கும் சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(i) $C\hat{B}P$ (ii) $D\hat{C}Q$ (iii) $R\hat{E}A$

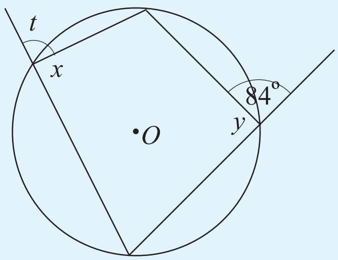
(iv) $S\hat{E}A$ (v) $E\hat{A}T$



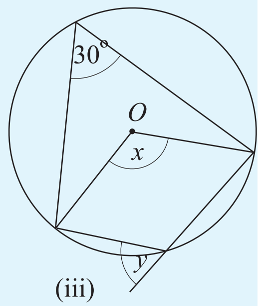
2. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவங்களில் O GÚ¨ ö£¯›h¨£mhÒÍx உரிய வட்டத்தின் மையம். அட்சரகணிதக் குறியீடுகளினால் தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பருமனைக் காண்க.



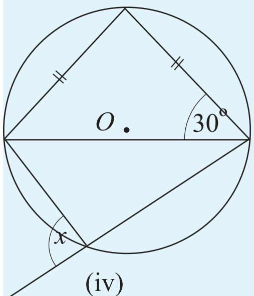
(i)



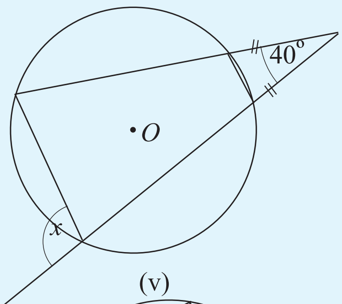
(ii)



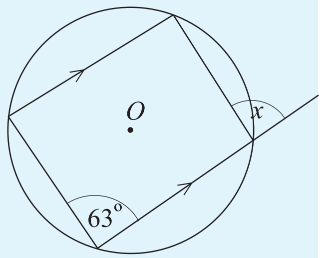
(iii)



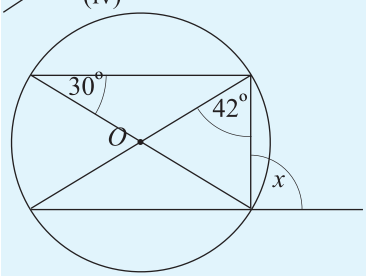
(iv)



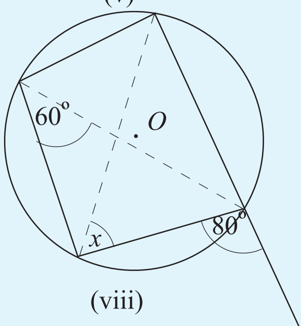
(v)



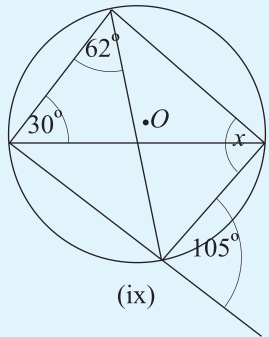
(vi)



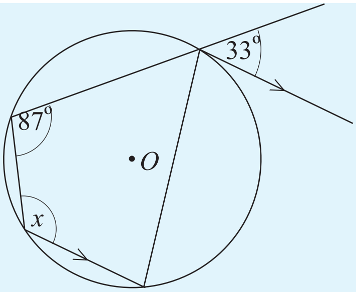
(vii)



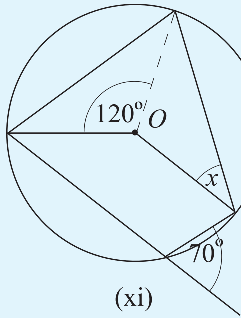
(viii)



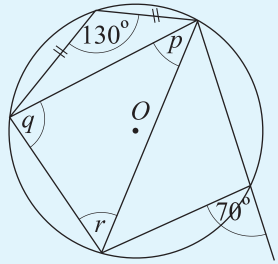
(ix)



(x)



(xi)

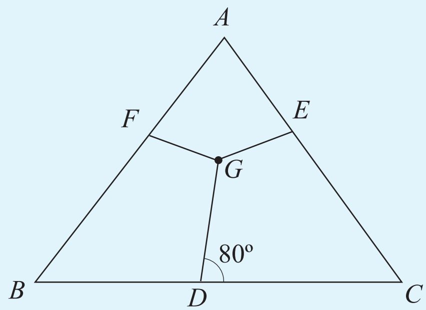


(xii)

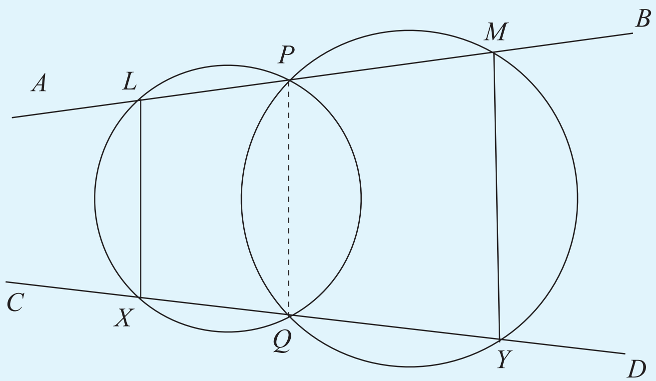
3. முக்கோணி ABC இல் BC, CA, AB ஆகிய பக்கங்களின் மீது முறையே D, E, F ஆகிய புள்ளிகள் $BDGF$, $DCEG$ ஆகியன வட்ட நாற்பக்கல்கள் ஆகுமாறும் $G\hat{D}C = 80^{\circ}$ ஆகுமாறும் அமைந்துள்ளன ஆயின்,

(i) $A\hat{F}G$, $A\hat{E}G$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(ii) $AFGE$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கல் எனக் காட்டுக.



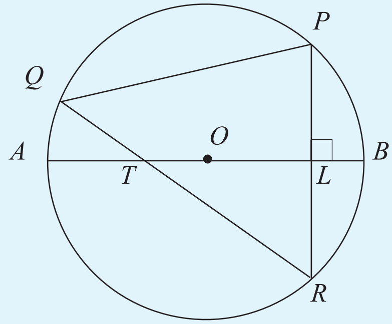
4. உருவில் தரப்பட்டுள்ள வட்டங்கள் P, Q ஆகியவற்றில் இடைவெட்டுகின்றன. APB, CQD ஆகிய நேர்கோடுகள் வட்டங்களை முறையே L, M, X, Y ஆகியவற்றில் வெட்டிச் செல்கின்றன.



(i) $A\hat{L}X = 105^{\circ}$ ஆயின் $B\hat{M}Y$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii) LX உம் MY உம் சமாந்தரமானவை எனக் காட்டுக.

5. உருவிலுள்ளவாறு வட்டத்தின் மையம் O ஆவதுடன் விட்டம் AB உம் நாண் PR உம் ஒன்றையொன்று L இல் செங்குத்தாக இடைவெட்டுகின்றன. QR, AB ஆகிய நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் T இல் இடைவெட்டுகின்றன.



a. $Q\hat{T}A = x$ ஆயின் x இன் சார்பில்

(i) $L\hat{R}T$ இன் பெறுமானம்

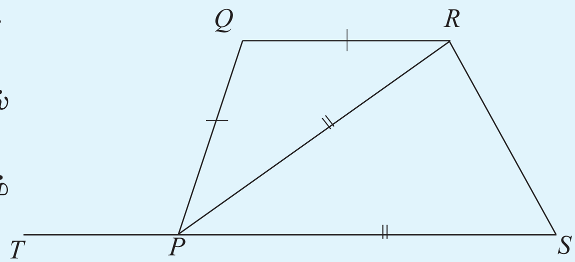
(ii) $O\hat{P}Q$ இன் பெறுமானம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

b. $QTOP$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கல் எனக் காட்டுக.

6. $PQ = QR$ உம் $PR = PS$ உம் ஆகும். $P\hat{R}S = 2\,Q\hat{R}P$ ஆயின்,

(i) $PSRQ$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கல் எனவும்

(ii) $Q\hat{P}T : P\hat{R}S = 3 : 2$ எனவும் காட்டுக.



7. வட்ட நாற்பக்கல் $PQRS$ இல் $PQ = QR$ ஆகும். $RS = ST$ ஆகுமாறு பக்கம் PS ஆனது T வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $S\hat{R}T = 32^{o}$ ஆகுமாயின்

(i) $Q\hat{R}P$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii) QS, RT ஆகிய பக்கங்கள் சமாந்தரமானவை எனக் காட்டுக.