# 6 ஈருறுப்புக் கோவைகள்

**இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,**

- ஓர் ஈருறுப்புக் கோவையின் கனத்தை விரிப்பதற்குத்

தேவையான ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள்.

$x + y$ வடிவத்தில் உள்ள ஓர் ஈருறுப்புக் கோவையின் வர்க்கம் $(x + y)^2$ இனால் காட்டப்படும் எனவும் இதன் கருத்து $(x + y)$ $(x + y)$ என்னும் பெருக்கம் எனவும் அப்பெருக்கத்தை விரிக்கும்போது $x^2 + 2xy + y^2$ எனக் கிடைக்கும் எனவும் முன்னர் கற்றீர்கள். மேலும் $(x - y)^2$ ஐ விரிக்கும்போது $x^2 - 2xy + y^2$ எனக் கிடைக்கும் என்பதும் உங்கள் நினைவில் இருக்கும். ஈருறுப்புக் கோவைகளின் வர்க்கத்தின் விரி தொடர்பாக இதுவரைக்கும் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்க.

**மீட்டற் பயிற்சி**

**1.** பின்வரும் கோவைகளில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

**a.** $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + .....$ **b.** $(a - b)^2 = .... - 2ab + b^2$
**c.** $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + .....$ **d.** $(y + 3)^2 = y^2 + ..... + 9$
**e.** $(a - 5)^2 = ..... - 10a + 25$ **f.** $(b - 1)^2 = b^2 \; ..... + .....$
**g.** $(4 + x)^2 = 16 + ..... \; .....$ **h.** $(7 - t)^2 = 49 \; ..... + t^2$
**i.** $(2x + 1)^2 = 4x^2 \; ..... + 1$ **j.** $(3b - 2)^2 = ...... - 12b \; ......$

**2.** பின்வரும் வர்க்கங்கள் ஒவ்வொன்றையும் விரிக்க.

**a.** $(2m + 3)^2$ **b.** $(3x - 1)^2$ **c.** $(5+2x)^2$
**d.** $(2a + 3b)^2$ **e.** $(3m - 2n)^2$ **f.** $(2x + 5y)^2$

**3.** ஓர் ஈருறுப்புக் கோவையின் வர்க்கமாக எழுதுவதன் மூலம் பின்வரும் வர்க்கங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

**a.** $32^2$ **b.** $103^2$ **c.** $18^2$ **d.** $99^2$

## 6.1 ஈருறுப்புக் கோவைகளின் கனம்

$a + b$ வடிவத்தில் உள்ள ஈருறுப்புக் கோவையின் கனம் $(a + b)^3$ இனால் காட்டப்படும். அதாவது $(a + b)$ இன் முப்படியாகும். அதாவது $(a + b)^2$ ஐ $(a + b)$ இனால் பெருக்குவதாகும். பின்வரும் கோவைகள் மூன்றாம் வலுவாக எழுதப்பட்டுள்ள விதத்தை நன்றாக அவதானிக்க.

$$3^3 = 3 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$
$$x^3 = x \times x^2 = x \times x \times x$$
$$(2x)^3 = (2x) \times (2x)^2 = (2x) \times (2x) \times (2x) = 8x^3$$

அவ்வாறே,

$$(x+1)^3 = (x+1)(x+1)^2 = (x+1)\,(x+1)\,(x+1)$$
$$(a-2)^3 = (a-2)(a-2)^2 = (a-2)\,(a-2)\,(a-2)$$
$(3+m)^3 = (3+m)(3+m)^2 = (3+m)\,(3+m)\,(3+m)$ எனவும் எழுதலாம்.

ஈருறுப்புக் கோவைகளின் வர்க்கத்தை விரித்த அதே விதமாக ஈருறுப்புக் கோவைகளின் கனங்களையும் விரிக்கலாம். அதனைப் பற்றிப் பின்வரும் உதாரணங்களைக் கொண்டு ஆராய்வோம்.

**உதாரணம் 1**

$$(x+y)^3 = (x+y)\,(x+y)^2$$
$$= (x+y)\quad(x^2 + 2xy + y^2)$$
$$= x^3 + 2x^2y + xy^2 + x^2y + 2xy^2 + y^3$$
$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

இதற்கேற்ப வடிவம் $(x+y)$ இல் உள்ள ஓர் ஈருறுப்புக் கோவையின் கனத்தின் விரிவை ஒரு சூத்திரமாக நினைவில் வைத்துக் கொள்வதற்குப் பின்வரும் கோலத்தைப் பயன்படுத்துவோம்.

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

முதல் உறுப்பின் கனம்

முதல் உறுப்பின் வர்க்கத்தினதும் இரண்டாம் உறுப்பினதும் பெருக்கத்தின் மூன்று மடங்கு

முதல் உறுப்பினதும் இரண்டாம் உறுப்பின் வர்க்கத்தினதும் பெருக்கத்தின் மூன்று மடங்கு

இரண்டாம் உறுப்பின் கனம்

இதற்கேற்ப

$(m+n)^3 = m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$ என எழுதலாம்.

அவ்வாறே $(a+2)^3 = a^3 + 3a^2 \times 2 + 3a \times 2^2 + 2^3$ என எழுதி, இதனை மேலும் $a^3 + 6a^2 + 12a + 8$ எனச் சுருக்கலாம்.

இப்போது மேற்குறித்த கோலத்திற்கேற்ப $(x-y)^3$ இன் விரிவைப் பெறும் விதத்தைக் கருதுவோம்.

$$(x-y)^3 = (x-y)(x-y)^2$$

$$= (x-y)\ (x^2 - 2xy + y^2)$$

$$= x^3 - 2x^2y + xy^2 - x^2y + 2xy^2 - y^3$$

$$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$(x-y)^3$ இன் விரியை வேறு விதமாகவும் பெறுவோம்.

இங்கு $x - y$ ஐ $x + (-y)$ எனவும் எழுதலாம். அப்போது நீங்கள் அதனை முன்னர் கண்ட வடிவத்திலான ஒரு கோவையாகக் கருதலாம். அதற்கேற்ப $(x - y)^3$ ஐ $\{x + (-y)\}^3$ என எழுதிக் காட்டலாம். இப்போது இக்கனத்தின் விரிவைக் கருதுவோம்.

$$\{x + (-y)\}^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times (-y) + 3 \times x \times (-y)^2 + (-y)^3$$

$$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

மேற்குறித்த உறுப்புகளைச் சுருக்குகையில் $(-y)^2 = y^2$, $(-y)^3 = -y^3$ என்னும் இயல்புகள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளமையை அவதானிக்க.

இதற்கேற்ப $(m-n)^3 = m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3$

$(p-q)^3 = p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3$ என எழுதலாம்

மேற்குறித்த இரு விதங்களிலும் $(x - y)^3$ இன் விரியைப் பெறத்தக்கதாக இருக்கும் அதே வேளை முதல் முறையைப் பின்பற்றுதல் எளிது என்பதை நீங்கள் விளங்கிக் கொள்வீர்கள்.

இப்போது எண்கள் இடம்பெறும் சில ஈருறுப்புக் கோவைகளின் கனங்கள் விரிக்கப்படும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

**உதாரணம் 2**

$$(x+5)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times 5 + 3 \times x \times 5^2 + 5^3$$

$$= x^3 + 15x^2 + 75x + 125$$

**உதாரணம் 3**

$$(1+x)^3 = 1^3 + 3 \times 1^2 \times x + 3 \times 1 \times x^2 + x^3$$

$$= 1 + 3x + 3x^2 + x^3$$

**உதாரணம் 4**

$$(y-4)^3 = y^3 + 3 \times y^2 \times (-4) + 3 \times y \times (-4)^2 + (-4)^3$$

$$= y^3 - 12y^2 + 48y - 64$$

அல்லது

$$(y-4)^3 = y^3 - 3 \times y^2 \times 4 + 3 \times y \times 4^2 - 4^3$$

$$= y^3 - 12y^2 + 48y - 64$$

**உதாரணம் 5**

$$(5 - a)^3 = 5^3 + 3 \times 5^2 \times (-a) + 3 \times 5 \times (-a)^2 + (-a)^3$$
$$= 125 - 75a + 15a^2 - a^3$$

**உதாரணம் 6**

$$(-2 + a)^3 = (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 \times a + 3 \times (-2) \times a^2 + a^3$$
$$= -8 + 12a - 6a^2 + a^3$$

**உதாரணம் 7**

$$(-3 - b)^3 = (-3)^3 + 3 \times (-3)^2 \times (-b) + 3(-3) \times (-b)^2 + (-b)^3$$
$$= -27 - 27b - 9b^2 - b^3$$

அல்லது

$$(-3 - b)^3 = (-1)^3 (3 + b)^3 = -1\,(27 + 27\,b + 9b^2 + b^2\,)$$
$$= -27 - 27b - 9b^2 - b^3$$

**உதாரணம் 8**

$(x - 3)^3$ என்னும் கோவையை விரித்து எழுதி $4^3 - 3^2 \times 4^2 + 3^3 \times 4 - 3^3 = 1$ ஐ வாய்ப்புப் பார்க்க.

$(x - 3)^3 = x^3 - 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 - 3^3$

$x = 4$ என்பதை பிரதியிடும்போது

வ.ப $= (4 - 3)^3$
$= 1$

இ.ப $= x^3 - 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 - 3^3$
$= 4^3 - 3^2 \times 4^2 + 3^3 \times 4 - 3^3$
$= 1$

$(4 - 3)^3 = 4^3 - 3 \times 4^2 \times 3 + 3 \times 4 \times 3^2 - 3^3$ ஆகும்.

**பயிற்சி 6.1**

**1.** உகந்த அட்சரகணித உறுப்புகளை அல்லது எண்களை அல்லது அட்சரகணிதக் குறிகளைப் (+ அல்லது –) பயன்படுத்தி வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

**a.** $(x + 3)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 + 3^3 = x^3 + \square + \square + 27$

**b.** $(y + 2)^3 = y^3 + 3 \times \square \times \square + 3 \times \square \times \square + 2^3 = y^3 + 6y^2 + \square + \square$

**c.** $(a - 5)^3 = a^3 + 3 \times a^2 \times (-5) + 3 \times a \times (-5)^2 + (-5)^3 = a^3 - \square + \square - 125$

**d.** $(3 + t)^3 = \square + 3 \times \square \times \square + 3 \times \square \times \square + \square = \square + 27t + \square + t^3$

**e.** $(x - 2)^3 = x^3 \square\, 3 \times \square \times \square + 3 \times \square \times \square + (-2)^3 = x^3 \square \square + 12x - \square$

**2.** விரித்தெழுதுக.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a.** $(m+2)^3$ | **b.** $(x+4)^3$ | **c.** $(b-2)^3$ | **d.** $(t-10)^3$ |
| **e.** $(5+p)^3$ | **f.** $(6+k)^3$ | **g.** $(1+b)^3$ | **h.** $(4-x)^3$ |
| **i.** $(2-p)^3$ | **j.** $(9-t)^3$ | **k.** $(-m+3)^3$ | **l.** $(-5-y)^3$ |
| **m.** $(ab+c)^3$ | **n.** $(2x+3y)^3$ | **o.** $(3x+4y)^3$ | **p.** $(2a-5b)^3$ |

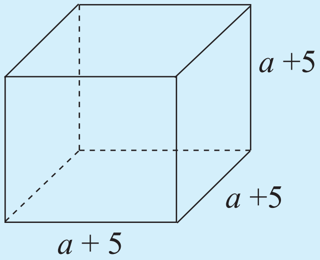
**3.** பின்வரும் அட்சரகணிதக் கோவைகள் ஒவ்வொன்றையும் ஈருறுப்புக் கோவையின் கனமாக எழுதுக.

**a.** $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ **b.** $c^3-3c^2d+3cd^2-d^3$

**c.** $x^3+6x^2+12x+8$ **d.** $y^3-18y^2+108y-216$

**e.** $1+3x+3x^2+x^3$ **f.** $64-48x+12x^2-x^3$

**4.** கீழே காணப்படும் சதுரமுகியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $(a+5)$ அலகுகள் ஆகும். அதன் கனவளவுக்கான ஒரு கோவையை எழுதி அக்கோவையை விரித்தெழுதுக.




**5.** $(x+5)^3$ ஐ விரித்து

(i) $x=2$

(ii) $x=4$

ஆகும்போது சந்தர்ப்பங்களில் விடையை வாய்ப்புப் பார்க்க.

**6.** கனம் பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தித் தரப்பட்டுள்ள எண் கோவைகளின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $64-3\times16\times3+3\times4\times9-27$

(ii) $216-3\times36\times5+3\times6\times25-125$

**7.** பின்வரும் ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானத்தை ஈருறுப்புக் கோவையின் கனமாக எழுதிக் காண்க.

(i) $21^3$ (ii) $102^3$ (iii) $17^3$ (iv) $98^3$

**8.** ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $2a-5$ ஆகவுள்ள ஒரு சதுரமுகியின் கனவளவை $a$ இன் சார்பிற் காண்க.

**9.** $x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$ ஐ ஒரு கனமாக எழுதி, அதிலிருந்து $25^3-3\times25^2\times23+3\times25\times23^2-23^3$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.